

ОПИСАНИЕ СЕЧЕНИЙ ФОТОНУКЛОННЫХ РЕАКЦИЙ В ЭНЕРГЕТИЧЕСКОМ ИНТЕРВАЛЕ ОТ 7 ДО 140 МэВ

© 2009 г. Б. С. Ишханов, В. Н. Орлин*

Научно-исследовательский институт ядерной физики
Московского государственного университета, Россия

Поступила в редакцию 27.03.2008 г.; после доработки 03.07.2008 г.

Для описания фотонуклонных реакций на легких, средних и тяжелых ядрах, инициированных фотонами с энергией $7 \leq E_\gamma \leq 140$ МэВ, используется комбинация экситонной и испарительной моделей. Рассматриваются два механизма фотовозбуждения ядра: формирование гигантского дипольного резонанса (ГДР) при энергиях $E_\gamma \lesssim 30$ МэВ и квазидейтронное (КД) фотопоглощение, доминирующее при энергиях $E_\gamma \gtrsim 40$ МэВ. Фигурирующие в экситонной модели плотности частично-дырочных состояний вычисляются в рамках модели ферми-газа. При описании КД-канала реакций учитывается испускание двух предравновесных частиц. Рассмотрено влияние сохранения изоспина на ГДР-эмиссию фотонуклонов. Данная модель применяется для описания сечений фотонуклонных реакций на ядрах ^{26}Mg , ^{54}Fe , $^{112,118,119,124}\text{Sn}$ и ^{181}Ta .

PACS: 25.20.-x

1. ВВЕДЕНИЕ

В энергетической области от 7 до 140 МэВ, т.е. вплоть до порога рождения пиона, фотонуклонные реакции обусловлены в основном двумя механизмами фотопоглощения: формированием гигантского дипольного резонанса (ГДР) и квазидейтронным (КД) фотопоглощением [1]. Первый из этих механизмов превалирует при энергиях $E_\gamma \lesssim 30$ МэВ, второй — при энергиях $E_\gamma \gtrsim 40$ МэВ.

Характер эмиссии фотонуклонов существенным образом зависит от природы первичного возбуждения ядра. Так, при распаде КД-возбуждения значительную (а при больших энергиях и доминирующую) роль играет предравновесная эмиссия нуклонов (см., например, работы [2–4]), так как при КД-фотопоглощении вся энергия жесткого фотона передается одной нейтрон-протонной паре. С другой стороны, ГДР-компонента фотонуклонных реакций на средних и тяжелых ядрах определяется главным образом испарением нуклонов из компаунд-состояния ядра, достигаемого в результате термолиза энергии коллективных дипольных колебаний. Вклад в эту компоненту предравновесных процессов играет значительную роль только для легких ядер и проявляется главным образом в области максимума гигантского резонанса, где формируется когерентное одночастично-однодырочное ($1p1h$) входное состояние. Сле-

дует также иметь в виду, что на распадные характеристики ГДР в легких и средних ядрах ($A \lesssim 100$) сильно влияют изоспиновые эффекты, так как из-за сохранения полного изоспина системы T_z -компонента ГДР распадается преимущественно с испусканием протонов.

Сечение образования ГДР (с учетом изоспинового расщепления) может быть рассчитано с помощью полумикроскопической модели [5–7]. Для КД-компоненты сечения фотопоглощения в работе [8] получено феноменологическое выражение, параметры которого оценены в работе [9] в рамках модели ферми-газа.

Для описания следующей за фотопоглощением эмиссии нуклонов обычно используется комбинация испарительной и предравновесной моделей фотонуклонных реакций. Существует большое количество разных формулировок предравновесного подхода. Однако на практике применяются только полуклассические предравновесные модели (экситонная [10–13] и гибридная [14–16]) и квантовые многошаговые предравновесные модели [17–23]. Квантовые модели, в которых вероятность нуклонной эмиссии определяется через квантовомеханические амплитуды перехода, описывают угловое распределение продуктов реакции лучше, чем полуклассические модели. Однако этот недостаток полуклассических моделей в значительной степени искупается простотой их применения и большой предсказательной силой при описании нуклонных спектров и полных сечений реакций, вследствие

*E-mail: orlinvn@yandex.ru

чего они по-прежнему широко используются в конкретных расчетах [24, 25]. При использовании экситонной и гибридной моделей получаются очень близкие результаты. Однако, как показано в работе [26], гибридная модель, в отличие от экситонной, не является внутренне согласованной. Поэтому в дальнейшем эта модель была модернизирована путем введения монте-карловской имитации предравновесного каскада [27, 28], что, естественно, не могло не привести к значительному усложнению расчетов.

В настоящей работе при описании предравновесных процессов используется вариант экситонной модели [29], базирующийся на ферми-газовых плотностях ph -состояний. Как показано в работе [29], использование таких плотностей позволяет удовлетворительно описать сечения фотонуклонных реакций даже в том случае, когда учитывается испускание только одной предравновесной частицы. Это объясняется двумя обстоятельствами: 1) возрастанием роли первичной предравновесной эмиссии вследствие учета энергетической зависимости плотностей одночастичных и однодырочных состояний в рамках модели ферми-газа [29] и 2) тем, что множественная предравновесная эмиссия сильнее влияет на энергетические спектры испускаемых частиц, чем на полные сечения реакций. Учитывая вышесказанное, мы сочли возможным ограничиться при расчете сечений фотонуклонных реакций рассмотрением эмиссии только первичной и вторичной предравновесных частиц, что в значительной мере упростило вычисления. Основное отличие настоящей работы от [29] состоит в том, что в ней учтено влияние изоспиновых эффектов на ГДР-компоненту фотонуклонных реакций, без чего, как показывают расчеты, невозможно корректно описать протонные каналы реакции в области гигантского резонанса. Рассматриваемая модель была применена для расчета сечений фотонуклонных реакций на ядрах ^{26}Mg , ^{54}Fe , $^{112,118,119,124}\text{Sn}$ и ^{181}Ta .

2. ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

Следуя гипотезе Бора [30], запишем сечение фотонуклонной реакции $(\gamma, lpkn)$, идущей с испусканием l протонов и k нейтронов, в виде

$$\sigma(\gamma, lpkn; E_\gamma) = \sigma_{\text{КД}}(E_\gamma)W_{\text{КД}}(lpkn, E_\gamma) + \quad (1) \\ + \sum_{T=T_0}^{T_0+1} \sigma_{\text{ГДР}}^{(T)}(E_\gamma)W_{\text{ГДР}}^{(T)}(lpkn, E_\gamma),$$

где E_γ — энергия поглощенного фотона; $\sigma_{\text{КД}}(E_\gamma)$ — сечение КД-фотопоглощения; $W_{\text{КД}}(lpkn, E_\gamma)$ —

вероятность распада КД-возбуждения с испусканием l протонов и k нейтронов; $\sigma_{\text{ГДР}}^{(T)}(E_\gamma)$ — компонента сечения образования ГДР с изоспином T : $T_< = T_0$ или $T_> = T_0 + 1$ (T_0 — изоспин основного состояния ядра-мишени); $W_{\text{ГДР}}^{(T)}(lpkn, E_\gamma)$ — вероятность эмиссии фотонуклонов из соответствующей компоненты ГДР.

Первое и второе слагаемые в правой части соотношения (1) описывают соответственно КД- и ГДР-компоненты сечения фотонуклонной реакции: $\sigma_{\text{КД}}(\gamma, lpkn)$ и $\sigma_{\text{ГДР}}(\gamma, lpkn)$.

2.1. КД-компонента фотонуклонных реакций

2.1.1. Сечение $\sigma_{\text{КД}}(E_\gamma)$. Как отмечалось во Введении, при расчете этой величины может быть использовано феноменологическое выражение, полученное в работах [8, 9].

2.1.2. Вероятности $W_{\text{КД}}(lpkn, E_\gamma)$. При КД-фотопоглощении возбуждаются один нейтрон и один протон так, что образуется входное $2p2h$ -состояние (нуклонная конфигурация с $m = m_0 = 4$ экситонами). Это первичное возбуждение распадается либо вследствие эмиссии возбужденного нуклона, либо, что более вероятно, вследствие внутриядерного перехода к более сложной $3p3h$ -конфигурации с $m = m_0 + 2 = 6$ экситонами, вызванного остаточным двухчастичным взаимодействием. Затем история повторяется. Образовавшееся m -экситонное состояние либо испускает нуклон в непрерывный спектр, либо совершает внутриядерный переход $m \rightarrow m + 2$ и т.д. В результате внутриядерных ($m \rightarrow m + 2$)-переходов энергия возбуждения составной системы распределяется по все большему и большему числу экситонов, пока, наконец, не будет достигнуто состояние теплового равновесия либо в исходном, либо в одном из остаточных ядер, после чего начинается сравнительно длительный процесс испарения нейтронов (испарение протонов подавляется кулоновским барьером). Рассмотренная схема реакции не учитывает явным образом обратных внутриядерных ($m \rightarrow m - 2$)-переходов, не оказывающих существенного влияния на предравновесную эмиссию нуклонов. Кроме того, как отмечалось во Введении, мы ограничимся рассмотрением испускания только двух первых предравновесных частиц.

При сделанных допущениях интересующие нас вероятности могут быть представлены в виде

$$\begin{aligned}
W_{\text{КД}}(lpkn, E_\gamma) = & \hbar \sum_{j=n,p} \sum_{\substack{m=m_0 \\ \Delta m=2}}^{\bar{m}-2} \frac{D(m_0, m, E_\gamma)}{\Gamma^\uparrow(m, E_\gamma) + \Gamma^\downarrow(m, E_\gamma)} \int_0^{E_\gamma - B_j} \lambda_j(m, \varepsilon_j, E_\gamma) \left[(\delta_{jn}\delta_{l0} + \delta_{jp}\delta_{l1}) I_j^{(1)}(k, m, \varepsilon_j, E_\gamma) + \right. \\
& + \sum_{j'=n,p} \sum_{\substack{m'=m-1 \\ \Delta m'=2}}^{\bar{m}'-2} (\delta_{jn}\delta_{j'n}\delta_{l0} + \delta_{jn}\delta_{j'p}\delta_{l1} + \delta_{jp}\delta_{j'n}\delta_{l1} + \delta_{jp}\delta_{j'p}\delta_{l2}) I_{jj'}^{(2)}(k, m, m', \varepsilon_j, E_\gamma) \Big] d\varepsilon_j + \\
& + \delta_{l0} D(m_0, \bar{m}, E_\gamma) P(k, E_\gamma; Z_0, N_0),
\end{aligned} \quad (2)$$

где $m_0 = 4$; $l + k = 1, 2, 3, \dots$ и $l = 0, 1, 2$;

$$I_j^{(1)}(k, m, \varepsilon_j, E_\gamma) \equiv D(m-1, \bar{m}', U_j) P(k - \delta_{jn}, U_j; Z_0 - \delta_{jp}, N_0 - \delta_{jn});$$

$$\begin{aligned}
I_{jj'}^{(2)}(k, m, m', \varepsilon_j, E_\gamma) \equiv & D(m-1, m', U_j) \frac{\Gamma_{jj'}^\uparrow(m', U_j)}{\Gamma^\uparrow(m', U_j) + \Gamma^\downarrow(m', U_j)} \times \\
& \times P(k - \delta_{jn} - \delta_{j'n}, \bar{U}_{jj'}; Z_0 - \delta_{jp} - \delta_{j'p}, N_0 - \delta_{jn} - \delta_{j'n});
\end{aligned}$$

$$\Gamma_j^\uparrow(n, E) = \hbar \int_0^{E-B_j} \lambda_j(n, \varepsilon_j, E) d\varepsilon_j \quad (3)$$

— эмиссионная ширина n -экситонного состояния с энергией возбуждения E , обусловленная вылетом из исходного $\{Z_0, N_0\}$ (или остаточного $\{Z', N'\}$) ядра нуклона типа j (нейтрона, $j = n$, или протона, $j = p$); $\lambda_j(n, \varepsilon_j, E) d\varepsilon_j$ — вероятность распада в единицу времени такого состояния с испусканием в непрерывный спектр нуклона типа j с кинетической энергией $\varepsilon_j \pm d\varepsilon_j/2$; $\Gamma^\uparrow(n, E) = \Gamma_n^\uparrow(n, E) + \Gamma_p^\uparrow(n, E)$ — полная эмиссионная ширина n -экситонного состояния; $\Gamma^\downarrow(n, E)$ — его спредовая ширина, обусловленная внутриядерными ($n \rightarrow n + 2$)-переходами;

$$D(n, m, E) = \begin{cases} 1 & \text{при } m = n, \\ \prod_{\substack{k=n \\ \Delta k=2}}^{m-2} \frac{\Gamma^\downarrow(k, E)}{\Gamma^\uparrow(k, E) + \Gamma^\downarrow(k, E)} & \\ \text{при } m = n + 2, n + 4, \dots \end{cases} \quad (4)$$

— вероятность того, что цепочка внутриядерных переходов нуклонной системы, начавшаяся с n -экситонного состояния, продлится до m -экситонной стадии ($m = n, n + 2, \dots$); $P(k, E; Z, N)$ — вероятность испарения k нейтронов из компаунд-состояния ядра $\{Z, N\}$ с энергией возбуждения E (при $k < 0$ $P = 0$); $U_j = E_\gamma - B_j - \varepsilon_j$ — энергия возбуждения первичного остаточного ядра; $\bar{U}_{jj'} = U_j - B_{j'} - \bar{\varepsilon}_{j'}(m', U_j)$ —

средняя энергия возбуждения вторичного остаточного ядра, образующегося при испускании нуклона типа j' на m' -экситонной стадии эволюции первичного остаточного ядра; $B_j, B_{j'}$ — энергии отделения нуклонов типа j и j' соответственно от ядра-мишени и первичного остаточного ядра;

$$\bar{\varepsilon}_{j'}(m', U_j) = \frac{\int_0^{U_j - B_{j'}} \lambda_{j'}(m', \varepsilon_{j'}, U_j) \varepsilon_{j'} d\varepsilon_{j'}}{\int_0^{U_j - B_{j'}} \lambda_{j'}(m', \varepsilon_{j'}, U_j) d\varepsilon_{j'}} \quad (5)$$

— средняя энергия нуклона типа j' , испускаемого на m' -экситонной стадии предравновесного каскада в первичном остаточном ядре; $\bar{m} = \bar{m}(E_\gamma)$, $\bar{m}' = \bar{m}'(U_j)$ — средние значения числа экситонов в состоянии теплового равновесия ядра-мишени и первичного остаточного ядра.

Выражение для эмиссионной скорости распада $\lambda_j(n, \varepsilon_j, E)$ было получено Клайном и Бланом [10] с использованием принципа детального равновесия:

$$\begin{aligned}
\lambda_j(n, \varepsilon_j, E) d\varepsilon_j = & \frac{2s + 1}{\pi^2 \hbar^3} \mu \varepsilon_j \times \\
& \times \sigma_j^{\text{обр}}(\varepsilon_j) \frac{\omega(n-1, U_j)}{\omega(n, E)} d\varepsilon_j,
\end{aligned} \quad (6)$$

где s, μ и $\sigma_j^{\text{обр}}(\varepsilon_j)$ — спин, приведенная масса и сечение обратной реакции для испускаемого в континуум нуклона типа j с энергией ε_j ; $\omega(n, E)$ и

$\omega(n-1, U_j)$ — плотности n - и $(n-1)$ -экситонных состояний в исходном и остаточном ядрах соответственно.

При оценке вероятностей внутриядерных переходов обычно используется первый порядок теории возмущений, что дает [21–23]

$$\Gamma^\downarrow(n, E) = 2\pi M^2(E) \omega_+(n, E), \quad (7)$$

где $M^2(E)$ — средний квадрат двухчастичного матричного элемента перехода и $\omega_+(n, E)$ — средняя плотность конечных состояний, доступных при переходе $n \rightarrow n+2$.

Средний квадрат матричного элемента $M^2(E)$ аппроксимировался выражением:

$$M^2(E) = M^2 \frac{E_{\text{рез}}}{E}, \quad (8)$$

где $E_{\text{рез}}$ — энергия дипольного резонанса и множитель E^{-1} учитывает эмпирическую зависимость квадрата матричного элемента от энергии [11].

Константа M^2 находилась из соотношения (7), в которое подставлялась оценка спредовой ширины дипольного резонанса $\Gamma_{\text{рез}}^\downarrow \equiv \Gamma^\downarrow(2, E_{\text{рез}})$ из приведенной ниже формулы (9). Фигурирующие в выражениях (6), (7) плотности $\omega(n, E)$, $\omega(n-1, U)$ и $\omega_+(n, E)$ могут быть вычислены в рамках модели ферми-газа. Такой выбор плотностей, с одной стороны, коррелирует со способом оценки параметров квазидейтронной модели фотопоглощения, предложенным Чадвиком [9], а с другой стороны, позволяет учесть влияние энергетической зависимости плотностей одночастичных и однодырочных состояний (в том числе обращение в нуль плотности однодырочных состояний при энергиях, больших энергии Ферми $\varepsilon_F \approx 35$ МэВ) на динамику развития предравновесного каскада. Процедура расчета ферми-газовых плотностей частично-дырочных состояний приведена в работе [29]¹⁾. Там же описан способ вычисления вероятности множественного испарения нейтронов $P(k, E; Z, N)$ из компаунд-состояния ядра.

2.2. ГДР-компонента фотонуклонных реакций

2.2.1. Сечения $\sigma_{\text{ГДР}}^{(T)}(E_\gamma)$, $T = T_<, T_>$. Согласно сказанному ранее (см. Введение), $T_<$ - и $T_>$ -компоненты ГДР могут быть вычислены в рамках полумикроскопической модели [5–7]. Для оценки спредовой ширины отдельного дипольного

резонанса можно использовать полуэмпирическую формулу [7]

$$\Gamma_{\text{рез}}^\downarrow \approx GI(a_0/R_0)[E_{\text{рез}} - \Delta(Z_0, N_0)\delta_{TT_>}]^2, \quad (9)$$

где

$$I(\xi) = [1 - 3\xi(1 + \pi^2\xi^2/3)/(1 + \pi^2\xi^2)]/(1 + \pi^2\xi^2)$$

— безразмерный множитель, определяющий зависимость спредовой ширины от размытости ядерной поверхности [31]; a_0 и R_0 — параметры, характеризующие диффузность и радиус распределения нуклонной плотности по Ферми; $E_{\text{рез}}$ — энергия резонанса; Δ — энергия первого возбужденного состояния рассматриваемого ядра с изоспином $T = T_>$ (вводится в формулу (9) для учета сдвига вверх доступных $2p2h$ -состояний, на которые распадается $T_>$ -резонанс); G — нормировочная константа.

В настоящей работе параметр R_0 считался равным $1.07A^{1/3}$ Фм (в соответствии с данными по рассеянию электронов). Величина Δ оценивалась по изменению кулоновской энергии и энергии связи нуклонной системы при переходе от ядра $\{Z_0, N_0\}$ к ядру $\{Z_0 - 1, N_0 + 1\}$. Остальные параметры, а именно a_0 и G , подгонялись по экспериментальным значениям ширин дипольных резонансов большого числа ядер (с учетом эмиссионной составляющей ширины, см. об этом ниже), что дало в итоге значения $a_0 = 0.685$ Фм и $G = 0.0328$ МэВ⁻¹.

Эмиссионная ширина дипольного резонанса $\Gamma_{\text{рез}}^\uparrow$ может быть рассчитана по формулам (3), (6) с $n = 2$ и заменой $B_n \rightarrow B_n + \Delta(Z', N')\delta_{TT_>}$ для нейтронного канала распада $T_>$ -резонанса. Данная замена позволяет учесть уменьшение эмиссионной ширины $T_>$ -резонанса, вызванное смещением вверх $(n-1)$ -экситонных состояний с изоспином $T'_> = T'_0 + 1$ (где T'_0 — изоспин основного состояния остаточного ядра $\{Z', N'\}$). Заметим, что никаких других изменений в формулы (3), (6) вносить не надо, так как для $T_>$ -канала реакции плотности $\omega(n, E)$ и сечение $\sigma_n^{\text{обп}}(\varepsilon_n)$ уменьшаются в одинаковой мере по сравнению с их полными значениями.

2.2.2. Вероятности $W_{\text{ГДР}}^{(T)}(lpkn, E_\gamma)$. Предравновесный распад ГДР может быть связан с эмиссией нуклона из коллективного входного $1p1h$ -состояния. Это состояние формируется в области максимума дипольного резонанса. Выше (и ниже) максимума T -компоненты ГДР вклад первичного коллективного возбуждения в волновую функцию дипольного состояния падает пропорционально отношению $q^{(T)}(E_\gamma) = \sigma_{\text{ГДР}}^{(T)}(E_\gamma)/\max(\sigma_{\text{ГДР}}^{(T)}(E_\gamma))$. Учитывая это обстоятельство, запишем вероятность эмиссии l

¹⁾В работе [29] в формуле (25), определяющей (с учетом двухкомпонентного состава нуклонной системы) нормировочную константу для плотностей $\omega(n-1, U)$, пропущен множитель $1/2$.

протонов и k нейтронов из T -компоненты ГДР в виде

$$W_{\text{ГДР}}^{(T)}(lpkn, E_\gamma) = \hbar q^{(T)}(E_\gamma) \times \quad (10)$$

$$\times \sum_{j=n,p} \sum_{m=m_0}^{\bar{m}-2} \frac{D^{(T)}(m_0, m, E_\gamma)}{\Gamma^{(T)\uparrow}(m, E_\gamma) + \Gamma^{(T)\downarrow}(m, E_\gamma)} \times$$

$$\times \int_0^{E_\gamma - B_j - \Delta(Z', N')\delta_{jn}\delta_{TT>}} \lambda_j^{(T)}(m, \varepsilon_j, E_\gamma) \times$$

$$\times S^{(T')}(l - \delta_{jp}, k - \delta_{jn}, U_j; Z', N') d\varepsilon_j +$$

$$+ \left(1 - q^{(T)}(E_\gamma) + q^{(T)}(E_\gamma) D^{(T)}(m_0, \bar{m}, E_\gamma) \right) \times$$

$$\times S^{(T)}(l, k, E_\gamma; Z_0, N_0),$$

где $m_0 = 2$; $T' = T'_0 + \delta_{jn}\delta_{TT>}$ (T'_0 — изоспин основного состояния остаточного ядра $\{Z' = Z_0 - \delta_{jp}, N' = N_0 - \delta_{jn}\}$, образующегося после вылета нуклона типа j из ядра-мишени); $S^{(T)}(l, k, E; Z, N)$ — вероятность испарения l протонов и k нейтронов из компаунд-состояния исходного или остаточного ядра с изоспином $T = T_<, T_>$ и энергией возбуждения E ($S = 0$ при l или k , меньших 0).

При вычислении величин $\lambda_j^{(T)}(m, \varepsilon_j, E)$, $\Gamma^{(T)\uparrow}(m, E)$, $\Gamma^{(T)\downarrow}(m, E)$ и $D^{(T)}(m_0, m, E)$ (с учетом сохранения изоспина) помимо тех коррекций, которые были оговорены в конце разд. 2.2.1, следует еще выполнить замену $\omega_+(n, E) \rightarrow \omega_+(n, E - \Delta(N_0, Z_0)\delta_{TT>})$ в формуле (7).

Вероятности $S^{(T)}(l, k, E; Z, N)$ удовлетворяют рекуррентному соотношению

$$S^{(T)}(l, k, E; Z, N) = \left[\int_0^{E-B_p} \varepsilon_p \sigma_p^{\text{обп}}(\varepsilon_p) \times \quad (11)$$

$$\times w(U_p) S^{(T'_0)}(l-1, k, U_p; Z', N) d\varepsilon_p +$$

$$+ \int_0^{E-B_n-\Delta(Z, N')\delta_{TT>}} \varepsilon_n \sigma_n^{\text{обп}}(\varepsilon_n) \times$$

$$\times w(U_n - \Delta(Z, N')\delta_{TT>}) \times$$

$$\times S^{(T')}(l, k-1, U_n; Z, N') d\varepsilon_n \right] \times$$

$$\times \left[\int_0^{E-B_p} \varepsilon_p \sigma_p^{\text{обп}}(\varepsilon_p) w(U_p) d\varepsilon_p +$$

$$+ \int_0^{E-B_n-\Delta(Z, N')\delta_{TT>}} \varepsilon_n \sigma_n^{\text{обп}}(\varepsilon_n) \times$$

$$\times w(U_n - \Delta(Z, N')\delta_{TT>}) d\varepsilon_n \Big]^{-1},$$

где $T' = T'_0 + \delta_{TT>}$; $U_j = E - B_j - \varepsilon_j$ ($j = p, n$); $Z' = Z - 1$; $N' = N - 1$;

$$w(E) \propto (E + 1/a)^{-2} \exp(2\sqrt{aE}) \quad (12)$$

— плотность ядерных уровней и a — параметр плотности уровней.

В дальнейшем предполагается, что

$$S^{(T'_0)}(l, k, E; Z', N') = \delta_{l0} P(k, E; Z', N')$$

$$\text{при } Z' + N' \leq Z_0 + N_0 - 1,$$

$$S^{(T'_0+1)}(l, k, E; Z', N') = \delta_{l0} P(k, E; Z', N')$$

$$\text{при } Z' + N' \leq Z_0 + N_0 - 2.$$

Это означает, что мы пренебрегаем испусканием протонов для $T_<$ - и $T_>$ -каналов реакции, начиная соответственно с первичного и вторичного остаточных ядер. Данное допущение представляется вполне разумным, так как основная масса протонов испускается в районе максимума $T_>$ -компоненты ГДР при сравнительно небольших энергиях возбуждения ядра. Вместе с тем оно позволяет воспользоваться рекуррентным соотношением (11) для вычисления вероятностей испарения нуклонов, входящих в формулу (10). В свою очередь это дает возможность рассчитать вероятности $W_{\text{ГДР}}^{(T)}(lpkn, E_\gamma)$ при $l + k = 1, 2, 3, \dots$ и $l = 0, 1$.

3. ПРИМЕНЕНИЕ МОДЕЛИ К ОПИСАНИЮ СЕЧЕНИЙ ФОТОНУКЛОННЫХ РЕАКЦИЙ НА ЯДРАХ Mg, Fe, Sn и Ta

3.1. Детали вычислительной процедуры

Единственный свободный параметр полумикроскопической модели [5–7] — параметр квадрупольной деформации ядра β — оценивался по данным о статических квадрупольных моментах ядра [32]. Сечения обратных реакций $\sigma_p^{\text{обп}}(\varepsilon)$ и $\sigma_n^{\text{обп}}(\varepsilon)$ (см. формулы (6), (11)) вычислялись по приближенным выражениям, приведенным в монографии [33].

Собственными параметрами рассматриваемой модели являются: параметр плотности уровней a , среднее число экситонов в состоянии теплового равновесия $\bar{m}$ и константа M^2 , определяющая скорость внутриядерных переходов. Об оценке величины M^2 говорилось выше (см. разд 2.1.2).

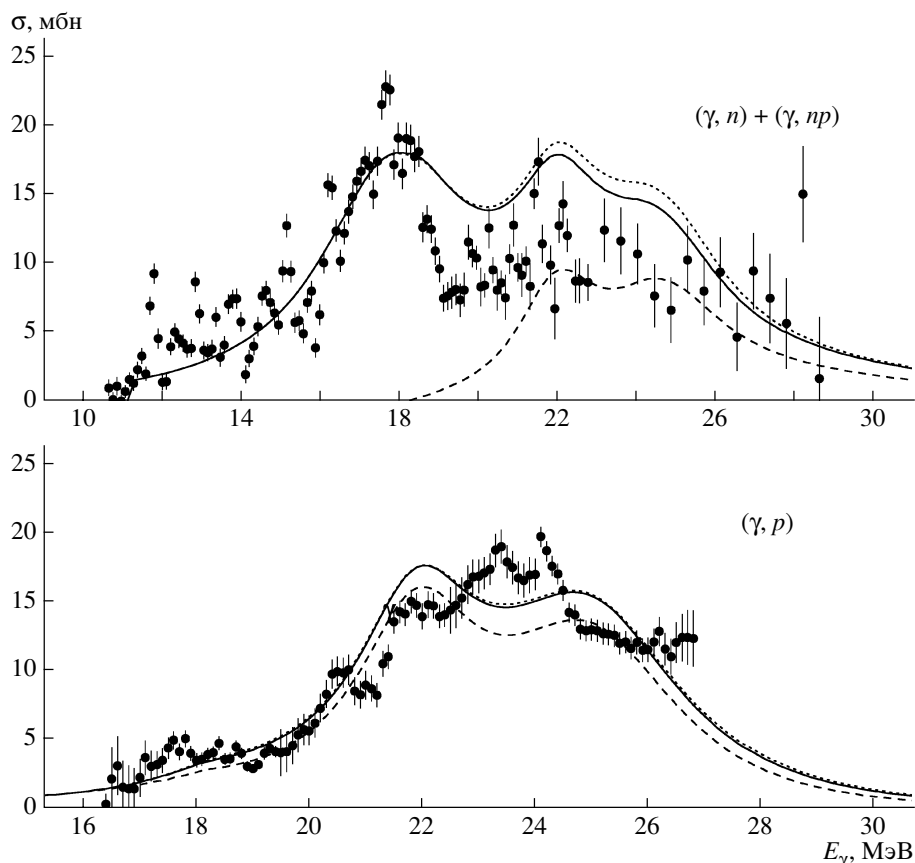


Рис. 1. Сравнение вычисленных и экспериментальных фотонуклонных сечений для ядра ^{26}Mg в области максимума ГДР для реакций $(\gamma, n) + (\gamma, np)$ и (γ, p) . Точки с ошибками — экспериментальные данные [34, 35]. Кривые: сплошные — полные вычисленные сечения, штриховые — вклад в эти сечения $T_>$ -компоненты ГДР, точечные — результаты расчета полных сечений при замене $M^2 \rightarrow M^2/2$.

Остальные два параметра оценивались так же, как в работе [29].

Вычисления включали расчет сечений реакций $(\gamma, lpkn)$, $l = 0, 1, 2$, $k \leq 12$; для ядер ^{26}Mg , ^{54}Fe , $^{112,118,119,124}\text{Sn}$ и ^{181}Ta в энергетической области $7 \leq E_\gamma \leq 140$ МэВ с шагом 0.1 МэВ. Помимо этого, для ядра ^{26}Mg был рассчитан спектр первичных протонов, который затем был трансформирован в парциальные сечения для нескольких групп уровней конечного ядра ^{25}Na .

3.2. Обсуждение полученных результатов

Основные результаты вычислений приведены на рис. 1–8. Полученные данные позволяют оценить степень применимости модели к легким, средним и тяжелым ядрам, исследовать роль различных механизмов фоторасщепления, а также проанализировать влияние изоспиновых эффектов на относительный выход протонов и нейтронов в области максимума ГДР.

На рис. 1 сравниваются вычисленные (сплошные кривые) и экспериментальные [34, 35] (точки

с ошибками) сечения реакций $(\gamma, n) + (\gamma, np)$ и реакции (γ, p) для ядра ^{26}Mg . Штриховые кривые показывают вклад в теоретические сечения $T_>$ -компоненты ГДР. Как видно из рисунка, в области $T_>$ -резонансов ($E_\gamma \gtrsim 20$ МэВ) эта компонента исчерпывает значительную часть суммы сечений $\sigma(\gamma, n) + \sigma(\gamma, np)$ и дает доминирующий вклад в сечение реакции (γ, p) . Теоретические кривые не в состоянии описать промежуточную структуру экспериментальных сечений, поскольку при расчете сечений фотопоглощения $\sigma_{\text{ГДР}}^{(T)}(E_\gamma)$ использовалась простая полумикроскопическая модель [5–7], не учитывающая влияние одночастичных дипольных переходов на структуру ГДР. Вместе с тем расчет неплохо передает глобальные характеристики рассматриваемых сечений (включая относительный выход протонов и нейтронов).

К сожалению, для ^{26}Mg и других легких ядер отсутствуют экспериментальные данные о сечениях фотонуклонных реакций $(\gamma, lpkn)$, $l + k = 1, 2, 3, \dots$, при больших энергиях E_γ , что не позволяет судить о возможности применения рассматриваемой модели (без дальнейшего уточнения ее

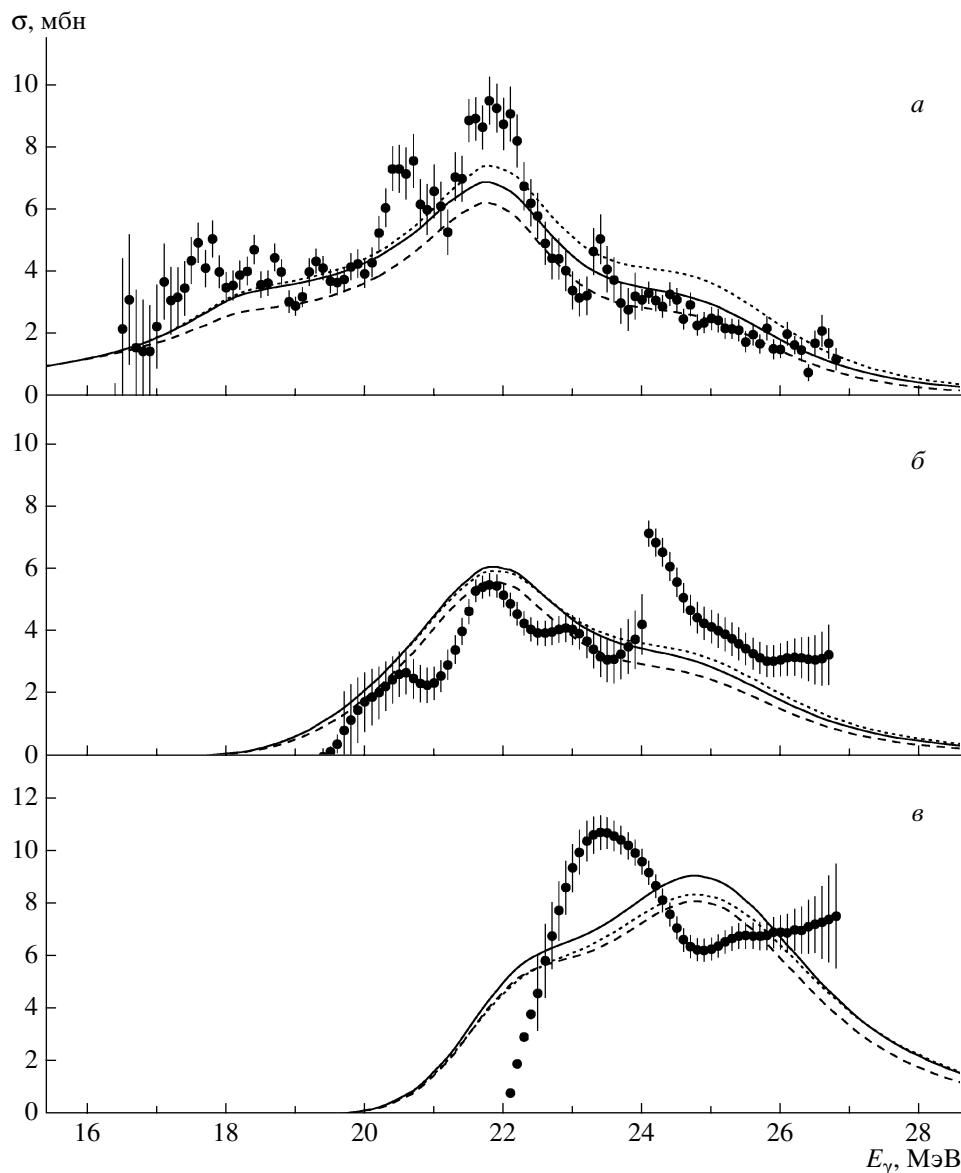


Рис. 2. Парциальные сечения фотопротонных реакций на ядре ^{26}Mg , отвечающие заселению отдельных групп состояний конечного ядра: *а* — основного и первого возбужденного состояния, *б* — группы уровней со средней энергией 3 МэВ, *в* — группы уровней со средней энергией 4 МэВ. Точки с ошибками — экспериментальные данные [35]. Обозначения кривых аналогичны обозначениям на рис. 1.

параметров) к легким ядрам в энергетической области выше ГДР. В частности, нет уверенности, что оценка параметра M^2 , базирующаяся на анализе экспериментальных ширин ГДР (см. разд. 2.1.2 и 2.2.1), является корректной для легких ядер, для которых $\Gamma_{\text{рез}}^{\uparrow} \sim \Gamma_{\text{рез}}^{\downarrow}$.

Расчеты показывают, что сечения фотонуклонных реакций на легких ядрах в области ГДР мало чувствительны к выбору параметра M^2 . Действительно, уменьшение этого параметра в 2 раза по сравнению с оценкой, вытекающей из соотношений (7)–(9), приводит лишь к незначительному изменению вычисленных сечений реакций $(\gamma, n) +$

(γ, np) и (γ, p) для ^{26}Mg (ср. сплошные и точечные кривые на рис. 1).

В работе [35] из анализа тормозных фотопротонных спектров были получены оценки парциальных сечений для фотопротонных реакций на ядре ^{26}Mg , идущих с возбуждением отдельных групп уровней конечного ядра ^{25}Na : основного и первого возбужденного состояний этого ядра, а также групп уровней со средними энергиями 3 и 6 МэВ. Экситонная модель, оперирующая с непрерывными плотностями, не учитывает оболочечные эффекты. Поэтому она способна описать реальную плотность ядерных уровней только при довольно больших энергиях возбуждения ядра, ко-

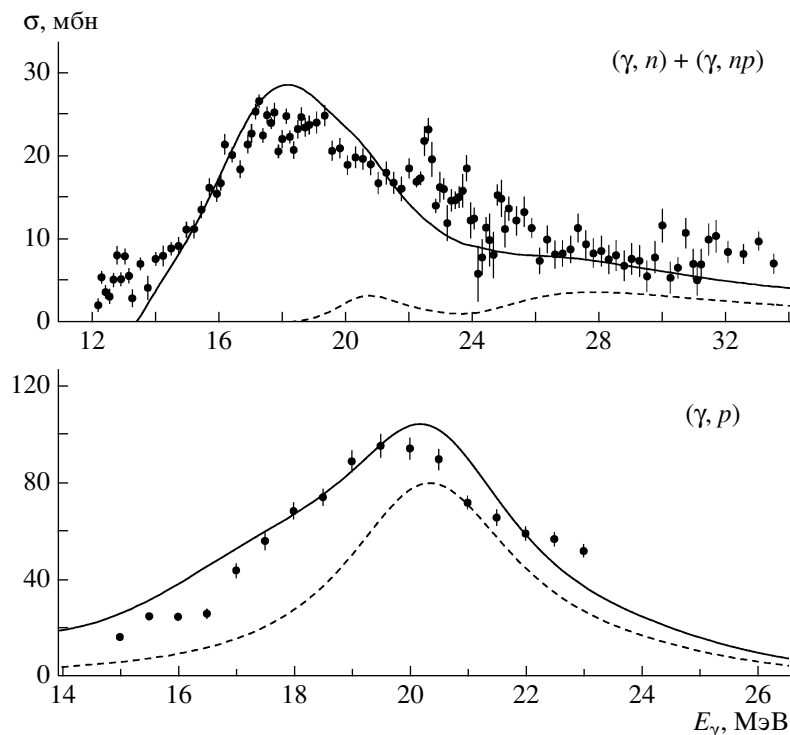


Рис. 3. Сравнение вычисленных и экспериментальных фотонуклонных сечений для ядра ^{54}Fe в области максимума ГДР для реакций $(\gamma, n) + (\gamma, np)$ и (γ, p) . Точки с ошибками — экспериментальные данные [36, 37]. Обозначения кривых аналогичны обозначениям на рис. 1.

гда его уровни достаточно сгущаются. Основное и первое возбужденное состояния ^{25}Na отделены от остальных уровней этого ядра энергетической щелью ~ 2 МэВ. Учитывая данное обстоятельство, мы для нахождения интересующих нас парциальных сечений проинтегрировали спектры первичных протонов из ^{26}Mg по энергии $U = E_\gamma - B_p - \varepsilon_p$ конечного ядра в интервалах $[0, 2]$, $[2, 4]$ и $[4, 8]$ МэВ. Результаты этих вычислений (сплошные кривые) приведены на рис. 2, где они сравниваются с экспериментальными данными [35] (точки с ошибками). Штриховые кривые показывают вклад в теоретические сечения $T_>$ -компоненты ГДР, а точечные кривые отвечают расчету парциальных сечений с уменьшенным в 2 раза параметром M^2 . Из рисунка видно, что, как и в случае полных сечений, наблюдается слабая зависимость результатов расчета от выбора параметра M^2 .

На рис. 3 сравниваются вычисленные и экспериментальные [36, 37] сечения реакций $(\gamma, n) + (\gamma, np)$ и (γ, p) для ядра ^{54}Fe . По сравнению с ^{26}Mg в этом ядре наблюдается значительное увеличение выхода протонов относительно нейтронов (ср. рис. 3 и 1), что объясняется сравнительно низким протонным порогом в ^{54}Fe , для которого $B_p - B_n = -4.5$ МэВ (в ^{26}Mg $B_p - B_n = +3$ МэВ).

Группа из Сакле, проводя разделение нейтронных выходов различной множественности, измери-

ла сечения $\sigma_j(E_\gamma)$, $2 \leq j \lesssim 10$, реакций, идущих с испусканием в континуум j или более нейтронов плюс любое число заряженных частиц, для природных смесей изотопов ряда ядер в энергетическом интервале 25–132 МэВ [38]. В рассматриваемой модели такие сечения могут быть выражены через введенные в разд. 2 сечения реакций $(\gamma, lpkn)$ (см. формулу (1)):

$$\sigma_j(E_\gamma) = \sum_{l=0}^2 \sum_{k=j}^{\infty} \sigma(\gamma, lpkn; E_\gamma). \quad (13)$$

На рис. 4 показаны теоретические сечения $\sigma_j(E_\gamma)$ (сплошные кривые), вычисленные для ядра ^{119}Sn , массовое число которого наиболее близко к среднему массовому числу натуральной мишени из олова. Они сравниваются с экспериментальными данными (точки с ошибками), полученными в работе [38]. Штриховые кривые отвечают полной КД-компоненте теоретических сечений. Точечные кривые показывают вклад в эту компоненту процессов, идущих с испусканием двух предравновесных частиц. Как видно из рисунка, расчет в целом неплохо согласуется с экспериментальными данными. Систематическое превышение вычисленных сечений над экспериментальными в энергетической области $60 \lesssim E_\gamma \lesssim 120$ МэВ может быть связано с тем обстоятельством, что

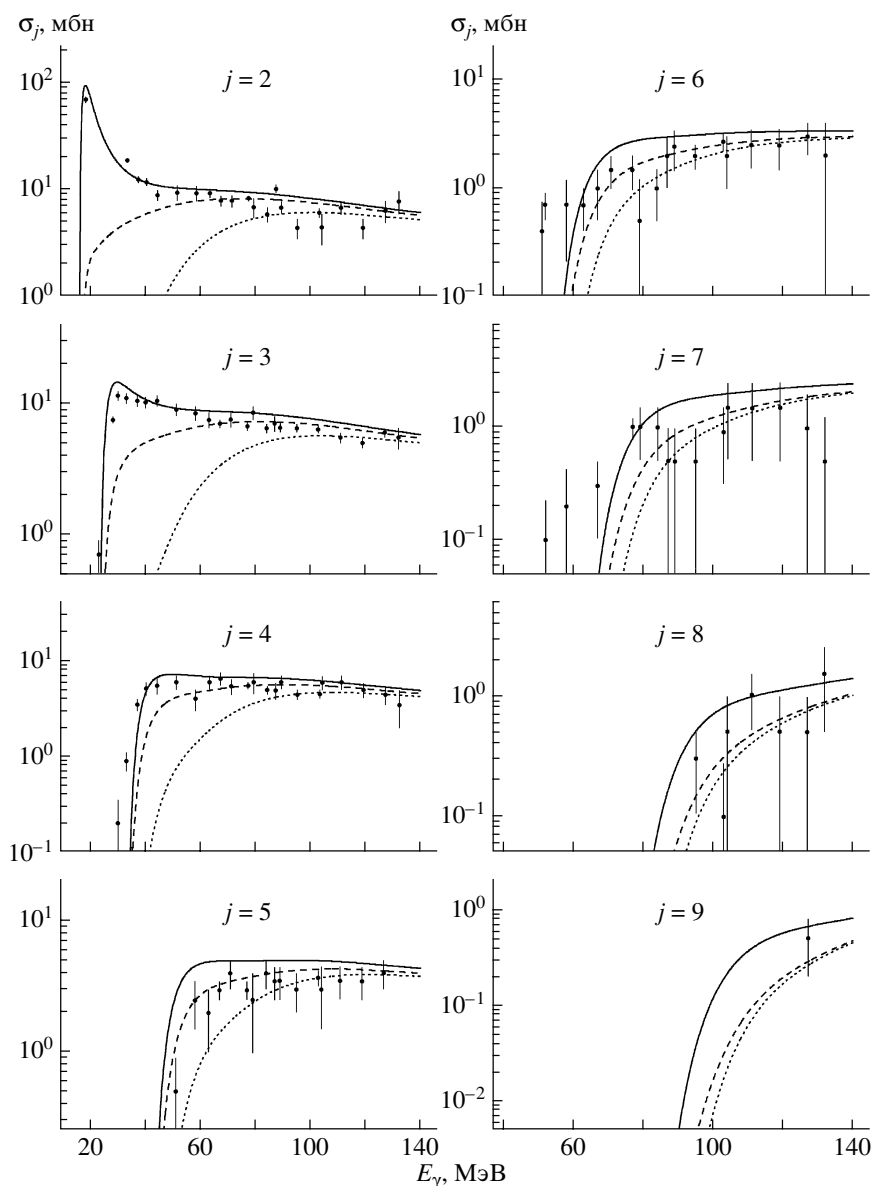


Рис. 4. Сечения $\sigma_j(E_\gamma)$ фотонуклонных реакций для олова, идущих с испусканием $j, j+1, \dots$ нейтронов плюс произвольное количество заряженных частиц. Точки с ошибками — экспериментальные данные для мишени из натурального олова [38]. Кривые: сплошные — вычисленные сечения для ядра ^{119}Sn , штриховые — КД-компоненты теоретических сечений, точечные — вклад в КД-компоненту вторичных предравновесных процессов.

в данном энергетическом интервале сама теоретическая кривая фотопоглощения идет заметно выше экспериментальных данных [38], главным образом за счет вычисляемой в рамках модели [8, 9] КД-компоненты (см. [29]). Учет вторичной предравновесной эмиссии позволил несколько улучшить согласие с экспериментом по сравнению с расчетом [29], в котором рассматривались только первичные предравновесные процессы. И что еще важнее, он показал, что при больших энергиях возбуждения ядра основной вклад в КД-компоненту реакций дают процессы, идущие с испусканием более чем одной предравновесной

частицы (ср. поведение штриховых и точечных кривых на рис. 6). Помимо этого, можно отметить некоторый сдвиг КД-эмиссии нуклонов в сторону меньшего числа испускаемых частиц, в результате чего возросла роль ГДР-эмиссии для $\sigma_j(E_\gamma)$ с большим значением j .

Полный набор вычисленных для ядра ^{119}Sn сечений показан на рис. 5. На двух верхних рисунках представлены результаты расчета сечений реакций $(\gamma, lpkn)$, $l+k=1, 2, 3, \dots$; $l=0, 1$ (сплошные кривые), а также КД- и ГДР-компоненты (штриховые и точечные кривые соответственно) этих сечений в энергетическом интервале $7 \leq E_\gamma \leq 140$ МэВ.

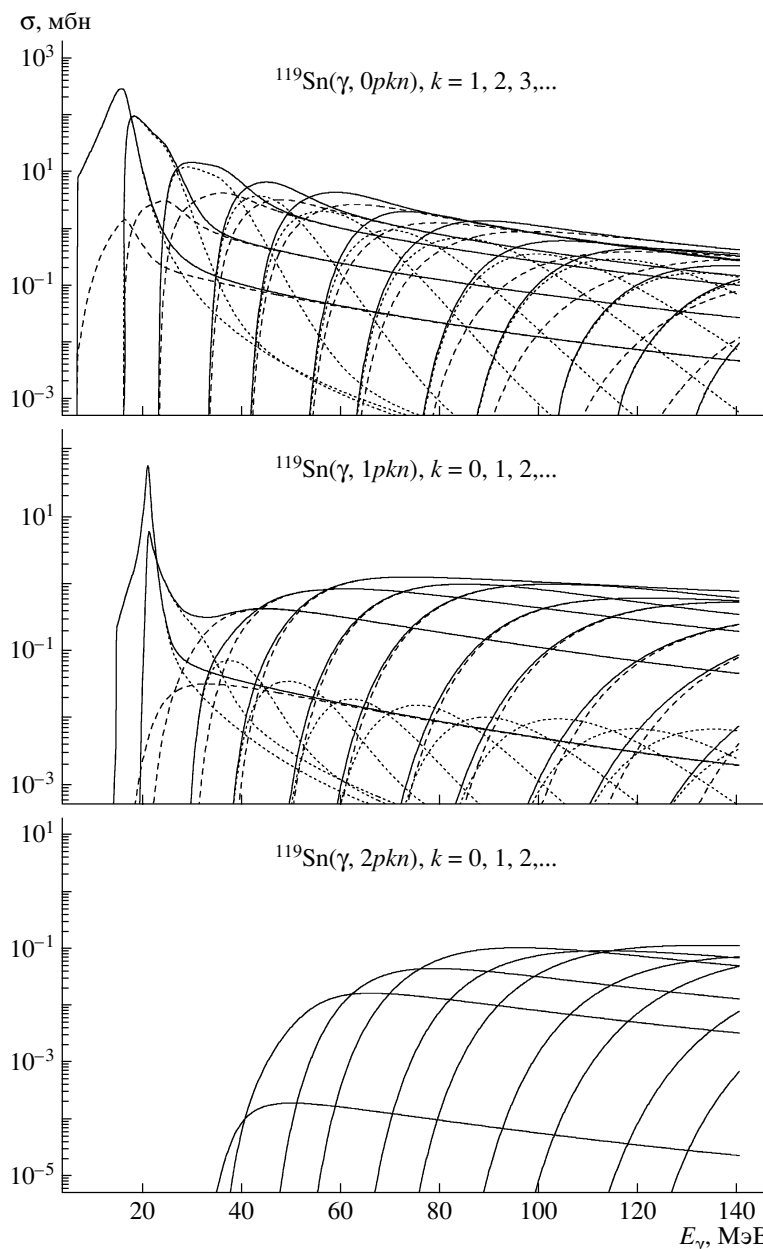


Рис. 5. Вычисленные фотонуклонные сечения для ядра ^{119}Sn для реакций $(\gamma, lpkn)$. Кривые: сплошные — полные сечения реакций, штриховые и точечные — КД- и ГДР-компоненты этих сечений соответственно.

Из анализа приведенных данных можно сделать вывод, что ГДР-компонента реакций играет доминирующую роль и в нейтронном, и в протонном каналах фоторасщепления олова вблизи порога реакции и при малых энергиях возбуждения ядра ($E_\gamma \lesssim 40$ МэВ), но затем быстро спадает с ростом энергии, особенно в протонном канале. На нижнем рис. 5 изображены вычисленные сечения реакций $(\gamma, 2pkn)$. Заметим, что в рамках настоящей модели эмиссия более чем одного протона рассматривается только в КД-канале реакции (см. обсуждение КД- и ГДР-компонент реакций в разд. 2.1 и 2.2).

Для изотопов олова было исследовано влияние

изменения изоспина ядра $T_0 = (N - Z)/2$ на фотоэмиссию протонов и нейтронов. С этой целью для ядер $^{112,118,124}\text{Sn}$ были вычислены полные фотопротонные и фотонейтронные сечения:

$$\sigma(\gamma, \text{tot. } p) = \sum_{l=1}^2 \sum_{k=0}^{\infty} \sigma(\gamma, lpkn; E_\gamma), \quad (14)$$

$$\sigma(\gamma, \text{tot. } n) = \sum_{l=0}^2 \sum_{k=1}^{\infty} \sigma(\gamma, lpkn; E_\gamma), \quad (15)$$

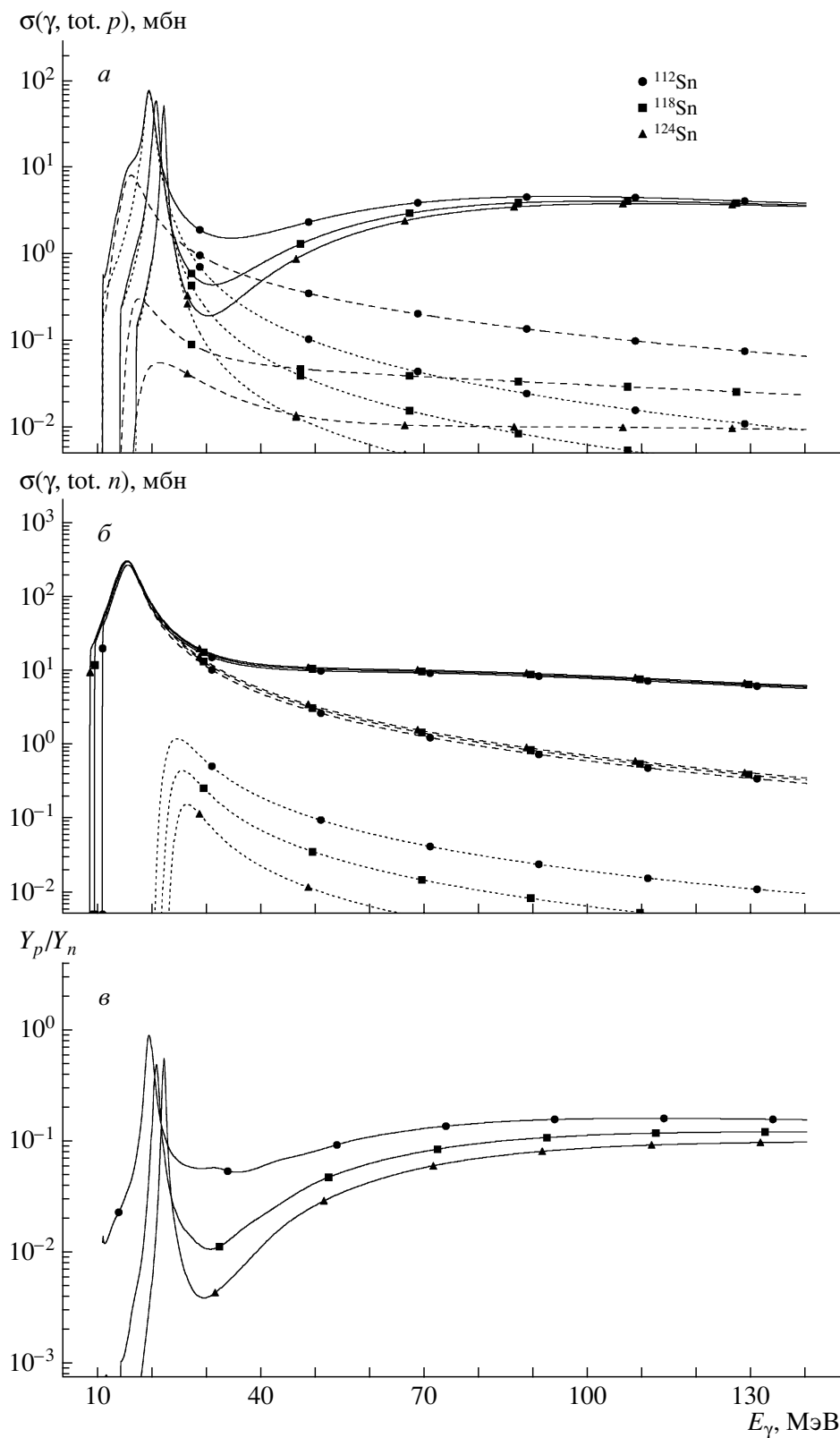


Рис. 6. Влияние изменения изоспина ядра на фотоэмиссию протонов и нейтронов в изотопах олова $^{112,118,124}\text{Sn}$. На рис. *а* и *б* сплошные кривые — полные фотопротонные и фотонейтронные сечения, штриховые и точечные кривые — T_- - и T_+ -компоненты ГДР этих сечений соответственно. *в* — Отношение полных выходов протонов и нейтронов.

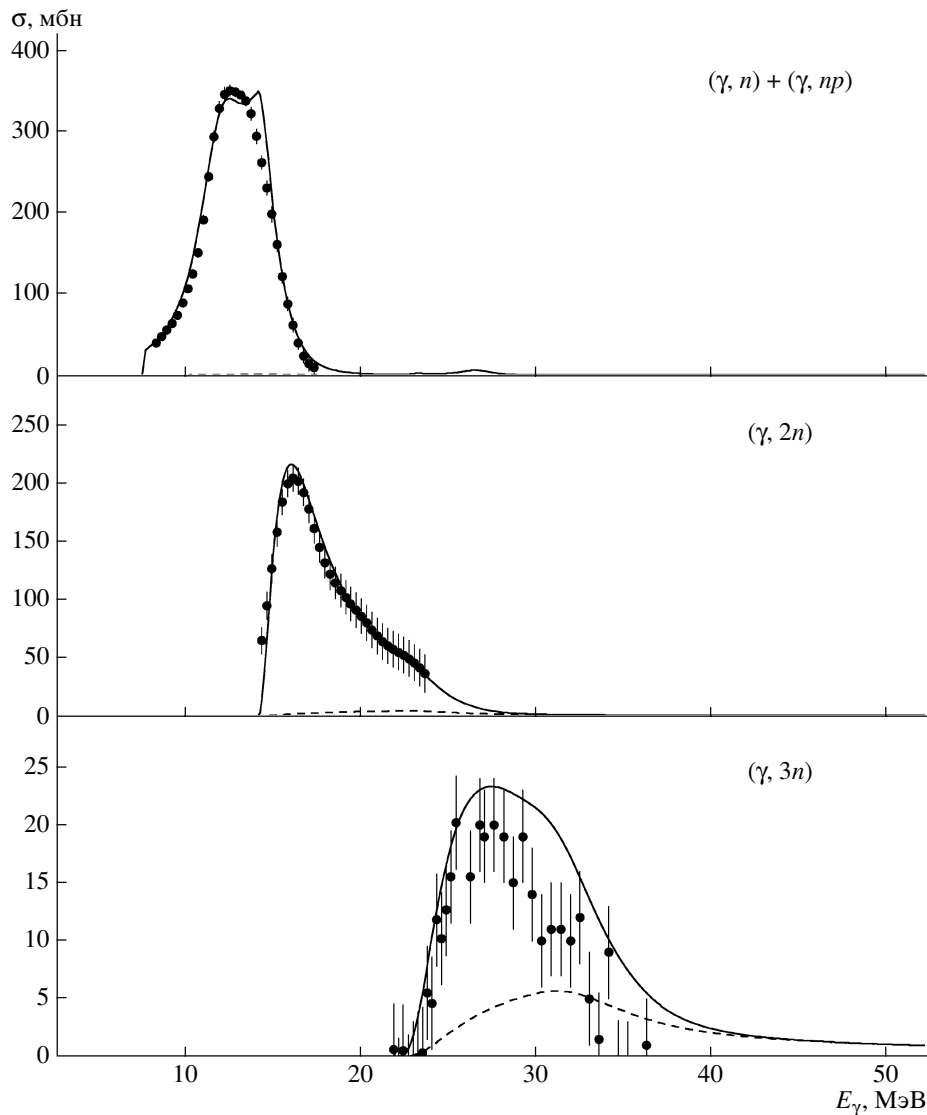


Рис. 7. Сравнение вычисленных и экспериментальных фотонейтронных сечений для ядра ^{181}Ta для реакций $(\gamma, n) + (\gamma, np)$, $(\gamma, 2n)$ и $(\gamma, 3n)$. Точки с ошибками — экспериментальные данные [41]. Кривые: сплошные — вычисленные сечения, штриховые — КД-компоненты вычисленных сечений.

и отношение полного выхода протонов к полному выходу нейтронов

$$Y_p/Y_n = \sum_{l=1}^2 \sum_{k=0}^{\infty} l \sigma(\gamma, lpkn; E_\gamma) / \sum_{l=0}^2 \sum_{k=1}^{\infty} k \sigma(\gamma, lpkn; E_\gamma). \quad (16)$$

Эти данные приведены на рис. 6. На рис. 6а и 6б показаны сечения реакций $^{112,118,124}\text{Sn}(\gamma, \text{tot. } p)$ и $^{112,118,124}\text{Sn}(\gamma, \text{tot. } n)$ (сплошные кривые), а также $T_<$ - и $T_>$ -компоненты (штриховые и точечные кривые соответственно) ГДР этих сечений. Как видно из рис. 6а, в области малых энергий ($E_\gamma \lesssim 30$ МэВ) преобладает эмиссия фотопротонов из $T_>$ -составляющей ГДР. Поэтому максимум

фотопротонного пика смещается в сторону больших энергий, а его площадь уменьшается при увеличении изоспина ядра, как это предсказывается в теории изоспинового расщепления гигантского резонанса [39, 40]. Можно также отметить постепенное уменьшение ширины этих пиков при переходе $^{112}\text{Sn} \rightarrow ^{124}\text{Sn}$, что связано с одновременным возрастанием величины $\Delta(Z_0, N_0)$ (см. формулу (9)). Вместе с тем (см. рис. 6б) фотонейтронные сече-

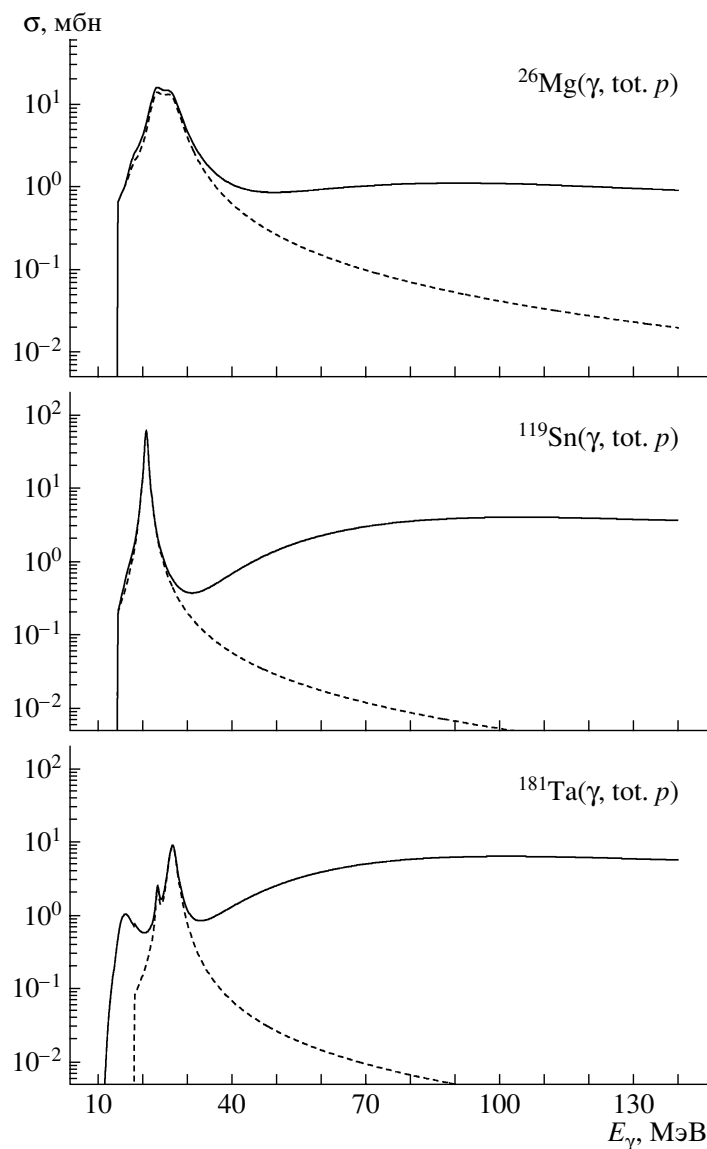


Рис. 8. Влияние $T_>$ -компоненты ГДР на эмиссию фотопротонов для ядер ^{26}Mg , ^{119}Sn и ^{181}Ta . Сплошные кривые — полные фотопроtonные сечения, штриховые кривые — $T_>$ -компоненты ГДР этих сечений.

ния различных изотопов олова слабо отличаются друг от друга, так как в области гигантского резонанса они определяются процессами распада $T_<$ -компоненты ГДР. Из рис. 6а и 6б также следует, что при больших энергиях возбуждения ядра ($E_\gamma > 40$ МэВ) эмиссия протонов и нейтронов обусловлена в основном КД-фоторасщеплением.

Рисунок 6в иллюстрирует отношение выходов протонов и нейтронов для различных изотопов олова. Как видно из этого рисунка, в сравнительно узкой энергетической области — вблизи максимума $T_>$ -компоненты ГДР — можно ожидать сопоставимых по величине выходов протонов и нейтронов, несмотря на сильное подавление эмиссии протонов

кулоновским барьером, что целиком обусловлено влиянием изоспиновых эффектов.

Самым тяжелым из рассмотренных ядер было ядро ^{181}Ta . На рис. 7 сравниваются вычисленные (сплошные кривые) и экспериментальные [41] (точки с ошибками) сечения реакций $(\gamma, n) + (\gamma, np)$, $(\gamma, 2n)$ и $(\gamma, 3n)$ для ядра ^{181}Ta в энергетической области $E_\gamma \gtrsim 40$ МэВ. Штриховые кривые показывают вклад в теоретические сечения КД-компоненты. Как видно из рисунка, рассматриваемые сечения в основном определяются процессами, обусловленными распадом ГДР. Квазидейтронное фотопоглощение играет заметную роль только при формировании сечения $\sigma(\gamma, 3n)$.

В высокоэнергетической области ($E_\gamma > 40$ МэВ)

основные особенности поведения нейтронных и протонных сечений для ядра ^{181}Ta примерно такие же, как и для ядра ^{119}Sn (см. рис. 4 и 5). Однако наблюдается существенное уменьшение выхода протонов с увеличением массового числа A .

Проведенные вычисления показали, что изоспиновые эффекты оказывают решающее влияние на формирование фотопротонных сечений в области максимума ГДР как в легких, так и в тяжелых ядрах. Это демонстрирует рисунок 8, на котором для ядер ^{26}Mg , ^{119}Sn и ^{181}Ta приведены полные фотопротонные сечения (сплошные кривые) вместе с их компонентами (штриховые кривые), обусловленными распадом $T_{>}$ -дипольных резонансов.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенные вычисления показывают, что рассматриваемая модель позволяет получить удовлетворительное описание сечений фотонуклонных реакций для средних и тяжелых ядер в энергетическом интервале от 7 до 140 МэВ.

Для легкого ядра ^{26}Mg получено качественное согласие теоретических и экспериментальных данных в области ГДР. Однако остается открытым вопрос о применимости модели (при сделанном выборе параметров) при больших энергиях возбуждения ядра. Для дальнейшего тестирования модели необходимо провести измерения сечений фотонуклонных реакций ($\gamma, lpkn$), $k + l = 1, 2, 3, \dots$, на легких ядрах в области за гигантским резонансом.

Продemonстрировано сильное влияние изоспиновых эффектов на эмиссию фотопротонов для всех рассмотренных ядер в области максимума ГДР. В частности, установлено, что не только для легких, но и для среднетяжелых ядер выход протонов в районе максимума ГДР может быть сопоставим по величине с выходом нейтронов.

Показано, что при больших энергиях возбуждения ядра ($E_{\gamma} \gtrsim 100$ МэВ) превалирует КД-фоторасщепление с испусканием более чем одной предравновесной частицы.

Работа выполнена при поддержке гранта № НШ-5365.2006.2 Президента РФ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. J. S. Levinger, Phys. Rev. **84**, 43 (1951).
2. J. R. Wu and C. C. Chang, Phys. Rev. C **16**, 1812 (1977).
3. M. Blann *et al.*, Phys. Rev. C **28**, 2286 (1983).
4. M. B. Chadwick and P. G. Young, Acta Phys. Slovaca **45**, 633 (1995).
5. Б. С. Ишханов, В. Н. Орлин, ЯФ **66**, 1269 (2003).
6. Б. С. Ишханов, В. Н. Орлин, ЯФ **67**, 614 (2004).
7. Б. С. Ишханов, В. Н. Орлин, ЭЧАЯ **38**, 460 (2007).
8. J. S. Levinger, Phys. Lett. B **82**, 181 (1979).
9. M. B. Chadwick *et al.*, Phys. Rev. C **44**, 814 (1991).
10. C. K. Cline and M. Blann, Nucl. Phys. A **172**, 225 (1971).
11. C. K. Cline, Nucl. Phys. A **210**, 590 (1973).
12. E. Gadioli, E. Gadioli Erba, and P. G. Sona, Nucl. Phys. A **217**, 589 (1973).
13. J. Dobes and E. Beták, Nucl. Phys. A **272**, 353 (1976).
14. M. Blann, Phys. Rev. Lett. **27**, 337 (1971).
15. M. Blann, Phys. Rev. Lett. **28**, 757 (1972).
16. M. Blann and H. K. Vonach, Phys. Rev. C **28**, 1475 (1983).
17. H. Feshbach, A. Kerman, and S. Koonin, Ann. Phys. (N. Y.) **125**, 429 (1980).
18. T. Tamura, T. Udagawa, and H. Lenske, Phys. Rev. C **26**, 379 (1982).
19. H. Nishioka *et al.*, Ann. Phys. (N. Y.) **172**, 67 (1986).
20. H. Nishioka, H. A. Weidenmüller, and S. Yoshida, Ann. Phys. (N. Y.) **183**, 166 (1988).
21. J. M. Akkermans and A. J. Koning, Phys. Lett. B **234**, 417 (1990).
22. A. J. Koning and J. M. Akkermans, Ann. Phys. (N. Y.) **208**, 216 (1991).
23. A. J. Koning and M. B. Chadwick, Phys. Rev. C **56**, 970 (1997).
24. C. Kalbach, J. Phys. G **21**, 1519 (1995).
25. A. J. Koning and M. C. Duijvestijn, Nucl. Phys. A **744**, 15 (2004).
26. J. Bisplinghoff, Phys. Rev. C **33**, 1569 (1986).
27. M. Blann, Phys. Rev. C **54**, 1341 (1996).
28. M. Blann and M. B. Chadwick, Phys. Rev. C **57**, 233 (1998).
29. Б. С. Ишханов, В. Н. Орлин, ЯФ **71**, 517 (2008).
30. N. Bohr, Nature **137**, 344 (1936).
31. Б. С. Ишханов, В. Н. Орлин, ЯФ **66**, 688 (2003).
32. N. Stone, *Table of New Nuclear Moments*, Preprint 1997 (a revision of the *Table of Nuclear Moments* by P. Raghavan, At. Data Nucl. Data Tables **42**, 189 (1989)) [<http://www.nndc.bnl.gov/nndc/stone-moments>].
33. В. С. Барашенков, В. Д. Тонеев, *Взаимодействия высокоэнергетических частиц и атомных ядер с ядрами* (Атомиздат, Москва, 1972).
34. S. C. Fultz *et al.*, Phys. Rev. C **4**, 149 (1971).
35. B. S. Ishkhanov *et al.*, Nucl. Phys. A **313**, 317 (1979).
36. S. C. Fultz *et al.*, Phys. Rev. C **10**, 608 (1974).
37. J. Norbury *et al.*, Austral. J. Phys. **31**, 471 (1978).
38. A. Lepretre *et al.*, Nucl. Phys. A **367**, 237 (1981).
39. S. Fallieros and B. Goulard, Nucl. Phys. A **147**, 593 (1970).
40. R. Ö. Akyüz and S. Fallieros, Phys. Rev. Lett. **27**, 1016 (1971).
41. Nuclear Reaction Base Data [<http://cdfc.sinp.msu.ru>].

A DESCRIPTION OF CROSS SECTIONS OF PHOTONUCLEAR REACTIONS IN THE ENERGY INTERVAL FROM 7 TO 140 MeV

B. S. Ishkhanov, V. N. Orlin

Combining of the exciton and evaporation models is used to describe photonuclear reactions on light, medium, and heavy nuclei generated by photons of energy $7 \leq E_\gamma \leq 140$ MeV. Two mechanisms of the nucleus photoexcitation are considered: the formation of the giant dipole resonance (GDR) at energies $E_\gamma \lesssim 30$ MeV and quasideuteron (QD) photoabsorption dominating at energies $E_\gamma \gtrsim 40$ MeV. The particle-hole state densities used in the exciton model are calculated in a framework of the Fermi-gas model. A description of QD-channel reactions allows for two-particle preequilibrium emission. The influence of the isospin conservation on GDR emission of photonucleons is considered. The model is applied to describe the photonucleon cross sections for ^{26}Mg , ^{54}Fe , $^{112,118,119,124}\text{Sn}$, and ^{181}Ta nuclei.