

Кузнецов А.А.

МЕТОДИКА ОБРАБОТКИ УРАНА.

Москва
2011 год

Содержание

1	Определение выхода. Compilation and evaluation of fission yield nuclear data. IAEA-TECDOC-1168 (2000)	2
1.1	Независимый и накопленный выход (Точное определение).	2
1.2	Независимый и накопленный выход в нашей работе.	3
1.3	Накопленный выход.	3
1.4	Независимый выход.	3
1.5	Один канал образования ядра.	3
1.6	Два канала образования ядра.	6
1.7	Истинное сложение пиков.	9
1.8	Средневзвешенный выход.	9
1.9	Некоторые частные случаи.	9
1.10	Полный выход по массовому числу и зарядовое распределение.	9
1.11	Облучение 2 и последующие.	12
1.11.1	Один канал образования ядра	12
1.11.2	Два канала образования ядра	13
2	Экспериментальные результаты	14

1 Определение выхода. Compilation and evaluation of fission yield nuclear data. IAEA-TECDOC-1168 (2000)

Определение выхода из Капитонова.

Необходимо показать, что выход который я получаю есть произведение выхода на ток. Описать последствия этого выбора.

1.1 Независимый и накопленный выход (Точное определение).

Independent fission yield (*Независимый выход*) (%) - число ядер определенного нуклида, произведенного непосредственно в результате деления (не через радиоактивный распад родительских ядер) в 100 реакциях расщепления.

Cumulative fission yield (*Накопленный выход*) (%) - общее число ядер определенного произведенного нуклида (непосредственно и после распада родительских ядер) в 100 реакциях расщепления.

Chain yield (Mass yield) - общий выход для ядер изобар, получаемых в результате деления. Выход ядер с конкретным массовым числом. Эти ядра связаны между собой цепочкой распадов. Существует несколько определений.

- Это сумма накопленных выходов или просто накопленный выход долгоживущих ядер, находящихся в конце цепи распадов изобар с данным массовым числом.

- Сумма независимых выходов ядер с данным массовым числом.

Из - за вылета запаздывающих нейтронов, выход меняется. И сумма независимых выходов в цепи не будет равна накопленному выходу. (Вот только величина эта маленькая. 1 %, с нашими ошибками этого можно не бояться).

В документе предлагаются однозначные определения.

The total chain yield (*Полный выход цепи*). Это сумма накопленных выходов или просто накопленный выход долгоживущих ядер, находящихся в конце цепи распадов изобар с данным массовым числом. Этот термин применяется при определении выходов нуклидов после вылета быстрых нейтронов, то есть через время примерно 10^{-14} с после деления. Применяется в опытах на масспектрометрах, при измерении долгоживущих или стабильных ядер из конца цепи распадов изобар.

The mass yields (*Выход по массовому числу*) - сумма всех независимых выходов ядер изобар из данной массовой цепочки. (Тут говорится что сумма независимых выходов число фиктивное.) Некоторые из самых современных методов измерения выходов деления обеспечивают наборы действительно независимых выходов, после суммирования которых получаются выходы по массового числу, а не полный выходы. В принципе эти величины могут быть исправлены для получения правильных полных выходов. На практике факторы для корректировки важны только для нескольких массовых цепей ($A = 84, 85, 136$).
А ПОЧЕМУ?

Некоторые физические методы позволяют измерять выходы до вылета быстрых нейтронов. Эти распределения выходов определяются как выходы фрагментов (*fragment-yields*).

Fractional independent/cumulative yields (*Фракционный независимый/накопленный выход*) - независимый или накопленный выход разделенный на полный выход цепи или выход по массовому числу.

Partial yields (*Частичный выход*) - выход нуклидов для определенного условия измерения, (например выход нуклида с определенной кинетической энергией).

Отдельная проблема касается изомерных отношений (isomeric formation ratios). Во многих ядрах существуют долгоживущие уровни (изомерные). С этих уровней переход может происходить как гамма переход на основное состояние ядра, как и бета распад на дочернее ядро. **Isomeric formation ratio** (изомерное отношение) - это отношение независимого выхода образования изомерного состояния к независимому выходу образования основного состояния ядра. Образование изомерного состояния также описывается как **Fraction of high spin isomer** - это отношение независимого выхода образования изомерного состояния к полному независимому выходу образования нуклида.

Метод измерения, основанный на гамма спектрометрии, позволяет получить широкий диапазон массовых выходов. В этом методе измеряется спектры гамма квантов от распада продуктов деления. Преимуществом метода является то, что для измерений требуется небольшое количество облучаемого вещества. Для получения широкого диапазона выходов требуется небольшое время. Однако точность метода ограничена - 10%. Области массового распределения с низким выходом недоступны без предварительного химического разделения. К недостаткам метода стоит отнести сложный анализ данных. Нельзя измерить независимые выходы продуктов деления с коротким периодом полураспада.

1.2 Независимый и накопленный выход в нашей работе.

Основным результатом работы являются независимые и накопленные выходы радиоактивных ядер, образующихся в результате деления. В процессе деления радиоактивные ядра могут получаться множеством способов. Это может быть деление с образованием нужного нам изотопа, а может этот изотоп получиться в результате распада на него родительского изотопа, образованного в результате деления. В зависимости от способа образования изотопа, можно определить накопленный или независимый выход.

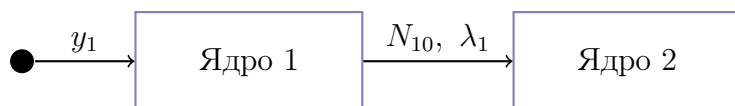
Полный массовый выход есть сумма независимых или накопленных выходов различных ядер изобар в цепочке. Ниже будут приведены примеры расчета полного массового выхода.

1.3 Накопленный выход.

Накопленный выход можно определить для нескольких типов цепочек распадов ядер изобар.

1.4 Независимый выход.

1.5 Один канал образования ядра.



Уравнение описывающее изменение количества радиоактивных ядер во время и после облучения имеет вид:

$$\frac{dN_1}{dt} = -\lambda_1 N_1 + y_1 \quad (1)$$

или

$$dN_1 = -\lambda_1 N_1 dt + y_1 dt \quad (2)$$

где N_1 - число радиоактивных ядер,
 λ - постоянная распада,

y_1 - выход реакции. Смысл выхода - число реакций данного типа, происходящих в образце в единицу времени.

Рассмотрим изменение числа радиоактивных ядер на графике:

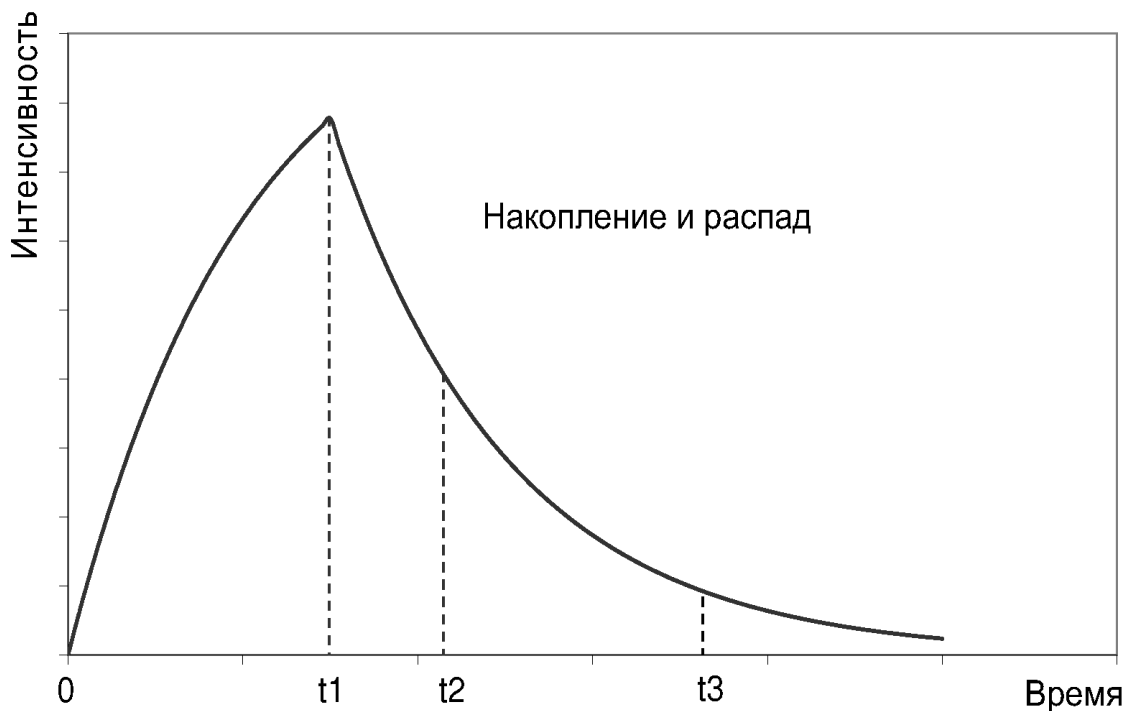


Рис. 1: Изменение количества радиоактивных ядер в процессе облучения и после него.

На рис. 1 момент времени $t = 0$ - начало облучения, t_1 - окончание облучения, t_2 - начало измерения спектров, t_3 - окончание измерения.

В промежутке времени $0 - t_1$ происходит накопление и распад изотопов. При $t > t_1$ только распад. В промежутке $t_2 - t_3$ - происходит измерение спектров, с целью получить выход.

Измерение спектров происходит в промежутке времени $t > t_1$. Для этого случая уравнение изменения количества радиоактивных ядер примет вид:

$$\frac{dN_1}{dt} = -\lambda_1 N_1 \quad (3)$$

Решение этого уравнения представляет собой просто закон радиоактивного распада:

$$N_1(t) = N_{10} \cdot e^{-\lambda_1 t} \quad (4)$$

Напомним, что $N_1(t)$ - количество нераспавшихся радиоактивных ядер, N_{10} - число радиоактивных ядер на момент окончания измерения (в момент времени t_1).

В гамма - активационных экспериментах измеряется число распадов радиоактивных ядер за какой - то промежуток времени (пропорционально площади пика). Допустим наше измерение происходит в промежутке времени от t_2 до t_3 . Не забудем также о том что детектор регистрирует не все гамма кванты, попавшие на него, а также то, что гамма - кванты при распаде ядер излучаются лишь с некоторой вероятностью. Поэтому введем нормировочный коэффициент k_1 . Тогда число распадов, которые мы зафиксируем на детекторе (площадь пика) будет:

$$S = k_1 \int_{t_2-t_1}^{t_3-t_1} \lambda_1 N_1(t) = k_1 \int_{t_2-t_1}^{t_3-t_1} \lambda_1 N_{10} \cdot e^{-\lambda_1 t} = k_1 N_{10} (e^{-\lambda_1(t_2-t_1)} - e^{-\lambda_1(t_3-t_1)}) \quad (5)$$

где $k_1 = E_\gamma \cdot I_\gamma$,

E_γ - эффективность регистрации гамма - кванта с определенной энергией детектором. (см. Приложение 1.)

I_γ - квантовый выход для данной гамма линии (вероятность испускания гамма - кванта с определенной энергией). Он определяется вероятностью распада на определенный уровень и вероятностью гамма - перехода при распаде. Обычно приводится в таблицах распада (см. <http://ie.lbl.gov/toi/>).

Фитируя этой функцией данные по изменению площади в процессе измерения и используя N_{10} в качестве параметра мы получим значение количества ядер на момент окончания облучения.

Если мы имеем только данные по площади пика за какой то один большой временной промежуток, то можно число ядер на момент окончания облучения просто посчитать по формуле.

$$N_{10} = \frac{S}{k_1(e^{-\lambda_1(t_2-t_1)} - e^{-\lambda_1(t_3-t_1)})} \quad (6)$$

Далее определим выход реакции.

Для получения выхода запишем уравнение изменения количества радиоактивных ядер при $t < t_1$ (см. ур. (1)):

$$\frac{dN_1}{dt} = -\lambda_1 \cdot N_1 + y_1$$

В общем случае это уравнение можно решить, если записать его в виде

$$\frac{dN_1}{dt} = -\lambda_1 \cdot N_1(t) + f(t) \quad (7)$$

(см. <http://depni.sinp.msu.ru/~hatta/metodika.pdf>)

Тогда решение будет записано в виде:

$$N_1(t) = e^{-\lambda_1 t} \left(\int f(t) e^{\lambda_1 t} dt + C_1 \right) \quad (8)$$

В нашем $f(t) = y_1$ - не зависит от времени. Мы считаем, что ток ускорителя во время облучения не менялся. Тогда для момента времени $t = t_1$ получим решение:

$$N_1(t_1) = e^{-\lambda_1 t_1} \left(\int_0^{t_1} y_1 e^{\lambda_1 t} dt + C \right) = N_{10} \quad (9)$$

Постоянная $C = 0$. Это следует из того, что до начала облучения в образце не было радиоактивных ядер 1.

$$N_{10} = e^{-\lambda_1 t_1} \cdot y_1 \cdot \frac{1}{\lambda_1} (e^{\lambda_1 t_1} - 1) \quad (10)$$

Тогда для выхода получим формулу:

$$y_1 = \frac{N_{10} \cdot \lambda_1}{e^{-\lambda_1 t_1} (e^{\lambda_1 t_1} - 1)} = \frac{N_{10} \cdot \lambda_1}{(1 - e^{-\lambda_1 t_1})} \quad (11)$$

Таким образом, для того чтобы определить выход нам сначала надо по максимальному набору спектров определить количество образовавшихся ядер на момент окончания облучения (процедура фитирования).

Строго говоря, при определении выхода нужно ввести еще некоторые поправки. В объеме образца происходит поглощение испущенных им же гамма - квантов - самопоглощение. И в зависимости от энергии гамма - квантов самопоглощение будет иметь различные значения. В этом эксперименте мы не учитываем самопоглощение, так как образец очень тонкий (напыленный уран). Учет самопоглощения можно провести, используя моделирование на GEANT4. Также нужно учесть поправку на мертвое время детектора. При измерении спектров облученного урана мертвое время детектора было порядка десятой доли процента от живого времени, такую маленькую поправку можно не рассматривать.

У нас имеется формула для изменения количества радиоактивных ядер после облучения и количество ядер на момент окончания облучения и формула для выхода реакции. Для последующих вычислений нам понадобится понять как изменится количество ядер во время облучения:

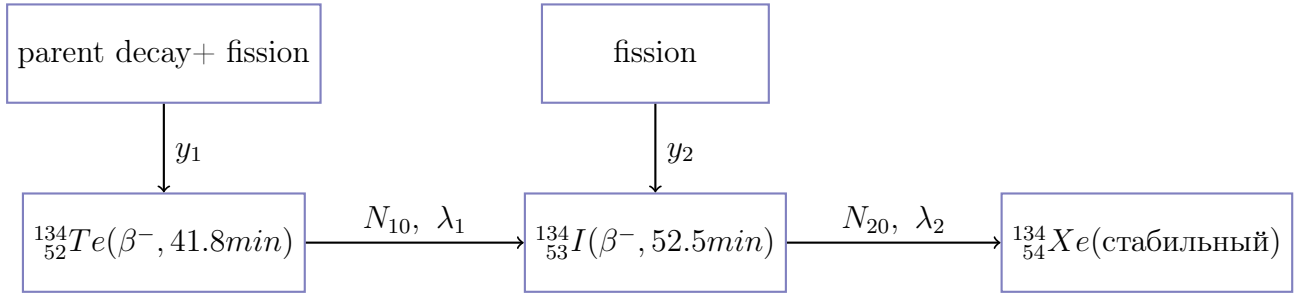
$$N_1(t) = e^{-\lambda_1 t_1} \int_0^{t_1} y_1 e^{\lambda_1 t} dt = N_{10}, \text{ при } t < t_1 \quad (12)$$

$$N_1(t) = \frac{y_1}{\lambda_1} (1 - e^{-\lambda_1 t}) = N_{10} \frac{(1 - e^{-\lambda_1 t})}{(1 - e^{-\lambda_1 t_1})} \quad (13)$$

Соответственно в момент времени $t = 0$ число ядер $N_1(0) = 0$, а $N_1(t_1) = N_{10}$.

Так как экспериментальные периоды полураспада для линий хорошо совпадают, следовательно для определения выхода берем площадь пиков по максимальному числу спектров.

1.6 Два канала образования ядра.



Случай, когда можно разделить сколько ядер образовалось в результате деления, а сколько в результате распада на него родительских ядер.

$$\begin{cases} \frac{dN_1}{dt} = -\lambda_1 N_1 + y_1 \\ \frac{dN_2}{dt} = -\lambda_2 N_2 + \lambda_1 N_1 + y_2 \end{cases}$$

λ_1, λ_2 - постоянные распада,

y_1 , - накопленный выход образования ядра 1 ($^{134}_{52}\text{Te}$),

y_2 , - независимый выход образования ядра 2 ($^{134}_{53}\text{I}$) в результате деления,

N_{10}, N_{20} количество ядер 1 и 2 на момент окончания облучения.

Способ решения такого вида уравнений описан в статье, доступной по ссылке

<http://depni.sinp.msu.ru/hatta/metodika.pdf>.

Нужно записать уравнение в виде:

$$\frac{dN_2}{dt} = -\lambda_2 N_2 + f(t)$$

Тогда решение будет записано в виде:

$$N_2(t) = e^{-\lambda_2 t} \left(\int f(t) e^{\lambda_2 \tau} d\tau + C_2 \right)$$

Первое уравнение решено в предыдущем разделе, поэтому его решение мы приводить не будем.

Как и в случае для одного канала образования ядра разобьем эксперимент на несколько временных промежутков. В промежутке времени $0 - t_1$ происходит накопление и распад изотопов (облучение). При $t > t_1$ образец переносится на детектор и происходит измерение спектров. В промежутке $t_2 - t_3$ - происходит измерение спектров, с целью получить выход.

Измерение спектров происходит в промежутке времени $t > t_1$. Для простоты будем считать что $t_1 = 0$. Для этого случая уравнение изменения количества радиоактивных ядер примет вид:

$$\begin{aligned}\frac{dN_2}{dt} &= -\lambda_2 N_2 + \lambda_1 N_1 \\ N_2(t) &= e^{-\lambda_2 t} \left(\int_0^t f(\tau) e^{\lambda_2 \tau} d\tau + C_2 \right) = e^{-\lambda_2 t} \left(\int_0^t \lambda_1 N_{10} e^{(\lambda_2 - \lambda_1) \tau} d\tau + C_2 \right) = \\ N_2(t) &= e^{-\lambda_2 t} \cdot C_2 + e^{-\lambda_2 t} \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_{10} \cdot (e^{(\lambda_2 - \lambda_1)t} - 1) = \\ &= e^{-\lambda_2 t} \cdot C_2 + \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_{10} e^{-\lambda_1 t} - \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_{10} e^{-\lambda_2 t}\end{aligned}$$

$N_2(0) = N_{20} \implies C_2 = N_{20}$. Окончательно для изменения числа радиоактивных ядер 2 после облучения получим формулу, с помощью которой можно сразу оценить период полураспада этого ядра:

$$N_2(t) = e^{-\lambda_2 t} \left(N_{20} - \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_{10} \right) + e^{-\lambda_1 t} \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_{10}$$

Мы измеряем площадь пиков, то есть число распавшихся радиоактивных ядер за время от t_2 до t_3 . Вернемся к старым обозначениям. Здесь $t_2 - t_1$ и $t_3 - t_1$ время от начала облучения.

$$S(t_2, t_3) = k_2 \int_{t_2 - t_1}^{t_3 - t_1} \lambda_2 N_2(t) dt = k_2 \lambda_2 \int_{t_2 - t_1}^{t_3 - t_1} \left(e^{-\lambda_2 t} N_{20} - \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_2 t} N_{10} + \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_1 t} N_{10} \right) dt =$$

$$\frac{S(t_2, t_3)}{k_2} = N_{20} (e^{-\lambda_2(t_2 - t_1)} - e^{-\lambda_2(t_3 - t_1)}) - \frac{N_{10} \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_2(t_2 - t_1)} - e^{-\lambda_2(t_3 - t_1)}) + \frac{N_{10} \lambda_2}{(\lambda_2 - \lambda_1)} (e^{-\lambda_1(t_2 - t_1)} - e^{-\lambda_1(t_3 - t_1)})$$

$$N_{20} = \frac{S(t_2, t_3)}{k_2 (e^{-\lambda_2(t_2 - t_1)} - e^{-\lambda_2(t_3 - t_1)})} + \frac{N_{10} \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} - \frac{N_{10} \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \cdot \frac{(e^{-\lambda_1(t_2 - t_1)} - e^{-\lambda_1(t_3 - t_1)})}{(e^{-\lambda_2(t_2 - t_1)} - e^{-\lambda_2(t_3 - t_1)})}$$

Первый член этой функции отвечает за распад ядра 2 без накопления. Оставшиеся два члена учитывают накопление ядер 2.

При расчете количества ядер нужно быть очень аккуратным, так как на результат влияет очень много параметров, в каждом из которых заложены свои ошибки.

Профитировав этой функцией данные из спектров мы получим значение N_{20} , причем все остальные параметры считаются известными.

Далее определим выход реакции с образованием ядра 2.

$$\frac{dN_2}{dt} = -\lambda_2 N_2 + \lambda_1 N_1 + y_2$$



Рис. 2: Изменение количества радиоактивных ядер в после облучения для случая двух каналов образования ядра.

$$N_2(t_1) = e^{-\lambda_2 t_1} \left(\int_0^{t_1} (\lambda_1 N_1(t) + y_2) e^{\lambda_2 t} dt + C_2 \right) = N_{20}$$

С помощью специального математического программного обеспечения можно численно решить этот интеграл относительно y_2 .

$$N_1(t) = N_{10} \frac{(1 - e^{-\lambda_1 t})}{(1 - e^{-\lambda_1 t_1})} - \text{изменение количества ядер 1 во время облучения.}$$

$$N_2(0) = 0 \Rightarrow C_2 = 0$$

$$N_2(t_1) = e^{-\lambda_2 t_1} \int_0^{t_1} \left(\lambda_1 N_{10} \frac{(1 - e^{-\lambda_1 t})}{(1 - e^{-\lambda_1 t_1})} + y_2 \right) e^{\lambda_2 t} dt = N_{20} =$$

$$N_{20} = e^{-\lambda_2 t_1} \left(\frac{\lambda_1 N_{10}}{1 - e^{-\lambda_1 t_1}} \cdot \int_0^{t_1} (1 - e^{-\lambda_1 t}) e^{\lambda_2 t} dt + \int_0^{t_1} y_2 e^{\lambda_2 t} dt \right)$$

$$= e^{-\lambda_2 t_1} \frac{\lambda_1 N_{10}}{1 - e^{-\lambda_1 t_1}} \cdot \left(\frac{1}{\lambda_2} (e^{\lambda_2 t_1} - 1) - \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{(\lambda_2 - \lambda_1) t_1} - 1) \right) + \frac{y_2 \cdot (1 - e^{-\lambda_2 t_1})}{-\lambda_2} =$$

$$= y_1 \cdot \frac{\lambda_2 (1 - e^{-\lambda_1 t_1}) - \lambda_1 (1 - e^{-\lambda_1 t_2})}{\lambda_2 (\lambda_2 - \lambda_1)} + \frac{y_2 \cdot (1 - e^{-\lambda_2 t_1})}{\lambda_2} = N_{20}$$

$$y_2 = \frac{\lambda_2 N_{20}}{1 - e^{-\lambda_2 t_1}} - y_1 \frac{\lambda_2 (1 - e^{-\lambda_1 t_1}) - \lambda_1 (1 - e^{-\lambda_2 t_1})}{(\lambda_2 - \lambda_1)(1 - e^{-\lambda_2 t_1})}$$

Таким образом мы можем посчитать независимый выход ядра 2, если знаем выход ядра 1. Но если мы ничего не знаем о выходе ядра 1 (или примем $y_1 = 0$), то мы получим формулу для выхода с одним каналом образования ядра. Тогда посчитанный выход будет накопленным.

1.7 Истинное сложение пиков

1.8 Средневзвешенный выход

Для многих ядер есть несколько достаточно интенсивных гамма - переходов при распаде. Необходимо определить средний выход по всем линиям. Для этого нужно считать средневзвешенное значение выхода по всем интенсивным линиям. Для того, чтобы считать средневзвешенные значения, нужно, чтобы значения были независимые. Обычно гамма - переходы идут в каскаде (друг за другом за время характерное для электромагнитного взаимодействия) и они связаны. Однако, если использовать коэффициенты коррекции на истинное сложение, можно считать, что выходы для разных гамма переходов независимые (каждый гамма - квант регистрируется отдельно).

Средневзвешенное значение по определению:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n \omega_i x_i}{\sum_{i=1}^n \omega_i} \quad (14)$$

, где вес $\omega_i = k = I_\gamma \cdot Eff \cdot Tcc$

Погрешность средневзвешенного значения:

$$\bar{dx} = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n \omega_i^2 dx_i^2}}{\sum_{i=1}^n \omega_i} \quad (15)$$

1.9 Некоторые частные случаи.

Тут и про изомерное отношение и про три канала образования ядра.

1.10 Полный выход по массовому числу и зарядовое распределение.

Результатом нашей работы является построение массовых и зарядовых распределений при различных энергиях возбуждения ядра в реакции фоторасщепления естественной смеси изотопов урана.

Массовое распределение - это зависимость выходов (или сечения образования) от массового числа продуктов деления. Причем для каждого массового числа в выход входят независимые (или накопленные) выходы для всех ядер изобар с данным массовым числом. В англоязычной литературе это называется mass chain yield - имеется ввиду что в выход входят все ядра - изобары, которые могут получиться в результате деления и цепочки их распадов.

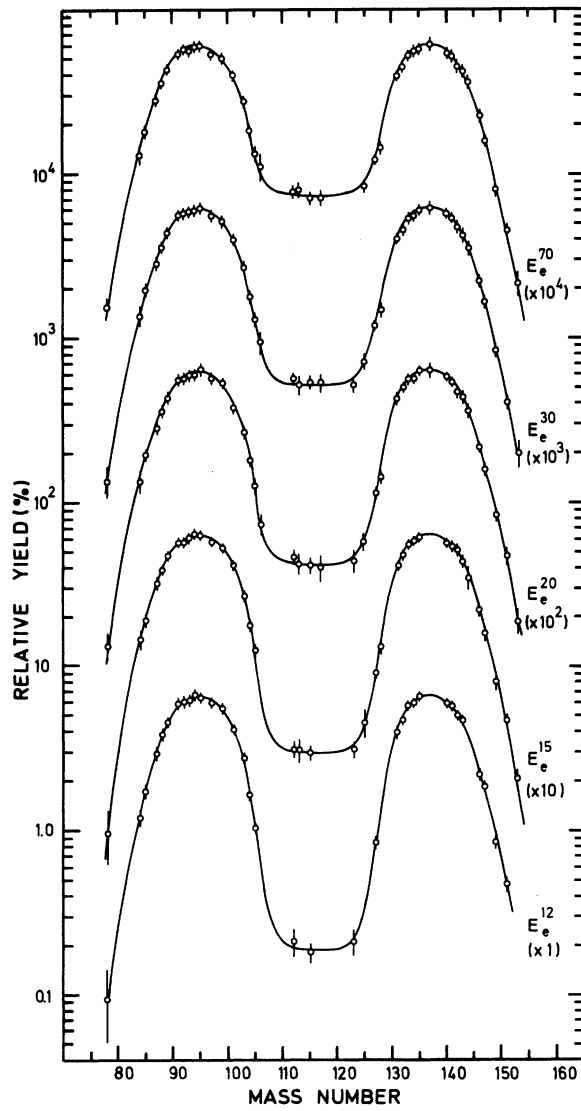


Рисунок 1. Массовое распределение для фотоделения $^{235}_{92}\text{U}$ при энергии ускорителя электронов 12, 15, 20, 30 и 70 МэВ [1].

На рис.1. в качестве примера приведено массовое распределение для фотоделения тормозными гамма - квантами от ускорителя электронов при различной энергии.

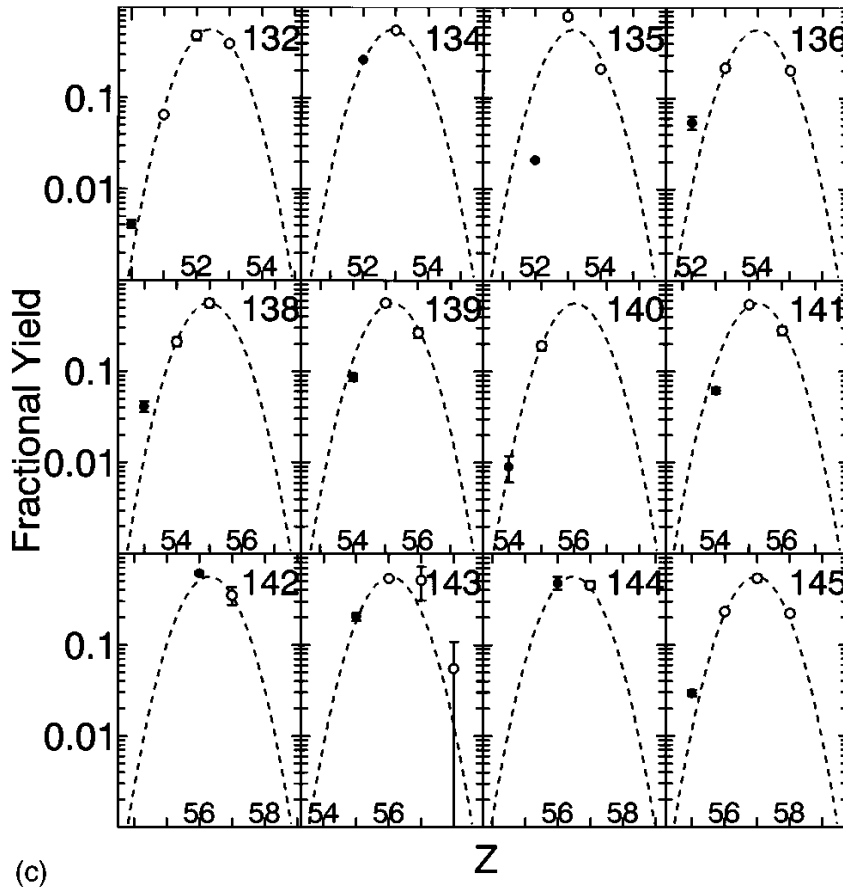


Рисунок 2. Зарядовое распределение для деления $^{238}_{92}\text{U}$ протонами с энергией 24 МэВ [2].

Зарядовое распределение - зависимость выходов ядер изобар при делении от их заряда. Понятно, что не зная зарядового распределения мы не сможем построить массового. Для каждого массового числа мы в наших данных имеем 1 - 2 ядра изобара. Об остальных ядрах изобарах для данного массового числа мы не знаем. Поэтому сначала надо разобраться с тем как получить зарядовое распределение.

Во многих экспериментальных [например 3,4] и теоретических [например 5,6] работах показано, что зарядовое распределение при делении хорошо описывается распределением Гаусса. Для фотоделения это показано в работе [3]. Отклонение от Гауссова распределения наблюдается лишь при спонтанном делении и делении при низкой энергии возбуждения ядра (деление под действием тепловых нейтронов).

В нашей работе мы будем использовать функцию Гаусса следующего вида [2]:

$$y_{A,Z} = \frac{y_A}{\sqrt{C\pi}} \cdot e^{-\frac{(Z - Z_p)^2}{C}}$$

где $y_{A,Z}$ - независимый выход образования ядра (A, Z).

y_A - суммарный выход ядер изобар с данным массовым числом.

Z_p - наиболее вероятный заряд.

C - параметр ширины распределения.

Параметр ширины не зависит от массового числа ядер [4 и др.]. В разных работах показано, что параметр ширины не зависит также и от энергии возбуждения ядра. В работе [7] это показано для фотоделения в области энергий от 12 до 70 МэВ. Это явление объясняется с помощью scission - point модели [Wilkins 8]. В разных работах приводят различные (но близкие) значения параметра ширины: 0.93 ± 0.06 [7], 1.00 ± 0.12 [2] и т.д.

В распределении Гаусса мы имеем три параметра - y_A , Z_p и C . Для каждого зарядового распределения у нас есть не более двух точек. Поэтому оценить параметр ширины в нашем

эксперименте мы скорее всего не сможем, нужно будет брать его из какой либо работы либо подгонять по всем данным. Его можно рассчитать только, если у нас для какого либо массового числа будет выход для трех ядер изобар.

Зная параметр ширины мы уже можем оценить наиболее вероятный заряд и суммарный выход. Также можно рассчитать отклонение наиболее вероятного заряда при переходе от одного заряда к другому:

$$dZ_p = Z_{p_{A1}} - Z_{p_{A2}} = \frac{C}{2(Z_1 - Z_2)} \left(\frac{y_{A1Z_1} \cdot y_{A2Z_2}}{y_{A1Z_2} \cdot y_{A2Z_1}} \right)$$

Это отклонение не является постоянным и меняется при переходе от одного массового числа к другому.

Резюмируя можно сказать, что для построения массового распределения нам сначала необходимо оценить параметры зарядового распределения для различных массовых чисел. Параметры распределения мы оценим, используя наши выходы (независимые и накопленные). Если параметр ширины известен, то чтобы получить y_A и Z_p нам надо иметь две точки для каждого A . Если точка одна, то нужно оценить сначала dZ_p из других данных, а потом уже и суммарный выход.

1.11 Облучение 2 и последующие.

Облучения урановой мишени происходят последовательно, через несколько дней после измерений. Поэтому при расчете выходов надо учитывать количество нераспавшихся ядер после предыдущих облучений. Формулы для расчета ядер на момент окончания облучения остаются прежними, изменяются формулы для расчета выходов.

Необходимо переделать все обозначения

$N_1^{(1)}(t_1)$ - количество ядер 1 на момент окончания первого облучения

$N_2^{(1)}(t_1)$ - количество ядер 2 на момент окончания первого облучения

$N_1^{(2)}(0)$ - количество ядер 1 на момент начала второго облучения

$N_2^{(2)}(0)$ - количество ядер 2 на момент начала второго облучения

1.11.1 Один канал образования ядра

Формулы для расчета ядер на момент окончания облучения остаются прежними (измеряем площадь и рассчитываем):

$$N_1^{(2)}(t_1) = \frac{S}{k_1(e^{-\lambda_1(t_2-t_1)} - e^{-\lambda_1(t_3-t_1)})} \quad (16)$$

А вот то как сформировалось число ядер на момент окончания облучения номер 2 зависит от предыдущего облучения.

В случае одного канала образования ядра в уравнении (9) $C = N_1^{(2)}(0)$ - количество ядер на момент начала облучения:

$$N_1^{(2)}(t_1) = e^{-\lambda_1 t_1} \left(\int_0^{t_1} y_1 e^{\lambda_1 t} dt + N_1^{(2)}(0) \right) \quad (17)$$

$$N_1^{(2)}(t_1) = e^{-\lambda_1 t_1} \cdot y_1 \cdot \frac{1}{\lambda_1} (e^{\lambda_1 t_1} - 1) + N_1^{(2)}(0) \cdot e^{-\lambda_1 t_1} \quad (18)$$

$$y_1 = \frac{\lambda_1(N_1^{(2)}(t_1) - N_1^{(2)}(0) \cdot e^{-\lambda_1 t_1})}{1 - e^{-\lambda_1 t_1}} \quad (19)$$

Для того чтобы определить количество ядер на момент начала облучения, необходимо знать число ядер на момент окончания предыдущего облучения N_{10}^* .

Тогда:

$$N_1^{(2)}(0) = N_1^{(1)}(t_1) \cdot e^{-\lambda_1(t_{\text{нач обл2}} - t_{\text{конец обл1}})} \quad (20)$$

1.11.2 Два канала образования ядра

Количества ядер 2 на момент начала второго облучения:

$$N_2^{(2)}(0) = e^{-\lambda_2 \tau} \left(N_2^{(1)}(t_1) - \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1^{(1)}(t_1) \right) + e^{-\lambda_1 \tau} \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1^{(1)}(t_1) \quad (21)$$

, где $\tau = t_{\text{нач обл2}} - t_{\text{конец обл1}}$

$$N_2^{(2)}(t_1) = \frac{S(t_2, t_3)}{k_2(e^{-\lambda_2(t_2-t_1)} - e^{-\lambda_2(t_3-t_1)})} + \frac{N_1^{(2)}(t_1)\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} - \frac{N_1^{(2)}(t_1)\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \cdot \frac{(e^{-\lambda_1(t_2-t_1)} - e^{-\lambda_1(t_3-t_1)})}{(e^{-\lambda_2(t_2-t_1)} - e^{-\lambda_2(t_3-t_1)})} \quad (22)$$

Далее определим выход реакции с образованием ядра 2.

$$\frac{dN_2}{dt} = -\lambda_2 N_2 + \lambda_1 N_1 + y_2$$

$$N_2^{(2)}(t_1) = e^{-\lambda_2 t_1} \left(\int_0^{t_1} (\lambda_1 N_1^{(2)}(t) + y_2) e^{\lambda_2 t} dt + N_2^{(2)}(0) \right) \quad (23)$$

$N_2^{(2)}(0)$ см формулу в начале пункта

$$N_1^{(2)}(t) = \frac{y_1}{\lambda_1} (1 - e^{-\lambda_1 t}) + N_1^{(2)}(0) \cdot e^{-\lambda_1 t} \quad (24)$$

, при $t < t_1$

$$y_2 = \frac{\lambda_2 N_2^{(2)}(t_1)}{1 - e^{-\lambda_2 t_1}} - y_1 \frac{\lambda_2(1 - e^{-\lambda_1 t_1}) - \lambda_1(1 - e^{-\lambda_2 t_1})}{(\lambda_2 - \lambda_1)(1 - e^{-\lambda_2 t_1})} - \frac{\lambda_2 N_2^{(2)}(0)}{e^{\lambda_2 t_1} - 1} - \frac{\lambda_1 \lambda_2 N_1^{(2)}(0)(e^{-\lambda_1 t_1} - e^{-\lambda_2 t_1})}{(\lambda_2 - \lambda_1)(1 - e^{-\lambda_2 t_1})} \quad (25)$$

Третий и четвертый член справа отвечают за распад ядер, оставшихся от предыдущего облучения.

2 Экспериментальные результаты

$$A = 82$$

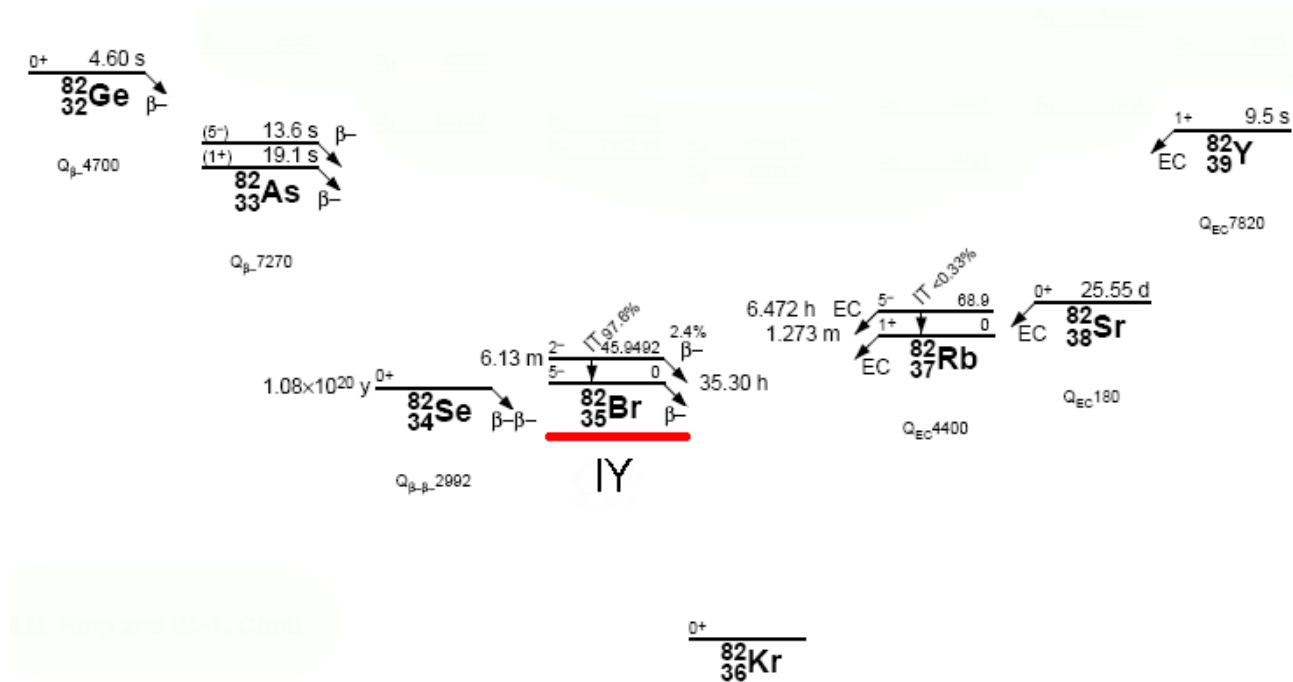


Рис. 3: Цепочка распадов при $A = 82$.

Как показано на Рис. 3 можно увидеть только 28 бром